

### 3. MATERIE

#### 3.1 Die Quantenhypothese

»Über eine Verbesserung  
der Wienschen  
Spektralgleichung«

Als Max Planck 1875 sein Physikstudium begann, sagte ihm sein Professor Jolly, das sei zwar eine ganz interessante Wissenschaft, aber viel Neues könne man darin nicht mehr machen. Jolly hat es nicht mehr erlebt, wie gründlich er gerade durch diesen Studenten widerlegt wurde: Im Jahr 1900 legte Planck eine Arbeit vor unter dem harmlos klingenden Titel »Über eine Verbesserung der Wienschen Spektralgleichung«, in deren Folge das ganze Weltbild der Physik umgestürzt wurde.

Strahlung eines  
„Schwarzen Körpers“

Das Problem, das Planck behandelte, sieht zunächst sehr speziell aus: Die Wiensche Spektralgleichung behandelt die Spektralverteilung eines „schwarzen Körpers“, also konkret z. B. die Frage, in welcher Farbe der Draht einer Glühlampe bei einer bestimmten Temperatur leuchtet. Das Problem ist deswegen von besonderem Interesse, weil einerseits die Gesetze der elektromagnetischen Strahlung (wozu Licht- und Wärmestrahlung gehören) auch damals schon gut bekannt waren, andererseits die Statistik bzw. Thermodynamik<sup>1</sup> dieser Strahlung auf Grund sehr allgemeiner Prinzipien genaue Aussagen erlaubt.

Ultraviolett katastrophe

Planck betrachtete, um von den unbekannten Eigenschaften der Materie unabhängig zu sein, elektromagnetische Strahlung in einem Hohlraum, die im thermischen Gleichgewicht ist. Eine der Aussagen, die aus sehr allgemeinen Annahmen folgt, ist der *Gleichverteilungssatz*, der für diesen Fall besagt: Alle in dem Hohlraum möglichen stehenden Wellen aller Frequenzen (beim sichtbaren Licht alle *Farben*) haben im stationären Zustand dieselbe Energie. In der klassischen Physik führt dieser Gleichverteilungssatz zur Ultraviolett katastrophe (3.7b): In einem Hohlraum sind stehende Wellen beliebig hoher Frequenz möglich; es gilt sogar: je höher die Frequenz, desto mehr stehende Wellen gibt es von dieser Frequenz. Wenn die Energie gleichmäßig auf die stehenden Wellen verteilt werden soll, dann müßte also alle Energie in die hohen Frequenzen abwandern (vom sichtbaren Licht zum *Ultraviolett*: daher der Name „Ultraviolett katastrophe“); ein Gleichgewicht wäre gar nicht möglich.

Das Rätsel der  
Spektralverteilung  
Quantenhypothese

Das wirklich meßbare Spektrum verhält sich allerdings ganz anders: Nur bei relativ niedrigen Frequenzen zeigt es den theoretisch erwarteten Anstieg (nach Rayleigh-Jeans), zu hohen Frequenzen hin fällt dagegen die Intensität ab, so wie es W. Wien aus anderen thermodynamischen Überlegungen abgeleitet hatte. Es gibt also zwei verschiedene Ableitungen der Spektralverteilung in der klassischen Thermodynamik, die sich widersprechen, deren jede aber einen Teil der wirklichen Spektralverteilung wiedergibt. In diesem Widerspruch zeigt sich die *Unmöglichkeit der klassischen Kontinuumsphysik*; wir kommen darauf in den Abschnitten 3.7-3.8 über Thermodynamik zurück.

Max Planck hatte sich so intensiv mit der Thermodynamik der elektromagnetischen Strahlung beschäftigt, daß er besonders klar die

<sup>1</sup> Vgl. 3.8.

Unausweichlichkeit der Ultraviolett katastrophe als Folge der klassischen Theorie erkannte, und daher die Notwendigkeit ganz neuer Ideen. Er verband die beiden richtigen Teile durch, wie er sich später erinnerte, „eine glücklich erratene Interpolationsformel“, welche die gemessenen Werte sehr gut wiedergibt. Später leitete er diese Formel ab unter der Annahme, daß die Lichtenergie nicht kontinuierlich abgegeben wird, sondern in kleinen „Quanten“, deren jedes, bei Licht der Frequenz  $\nu$ , die Energie  $h \cdot \nu$  hat (mit der Planckschen Konstante  $h$ ): Die berühmte *Quantenhypothese*. Paul Ehrenfest zeigte 1911, daß eine Quantenhypothese die *einzige* Möglichkeit ist, die Ultraviolett katastrophe zu vermeiden.

Einstein verschärfte 1905 die Quantenhypothese dahin, daß Lichtenergie nicht nur emittiert und absorbiert wird in Planckschen Quanten, sondern daß Licht überhaupt nur in solchen Quanten existiert<sup>2</sup>. Damit war eine alte Frage wieder aufgenommen, die eigentlich als erledigt gegolten hatte: Hat das Licht Wellen- oder Teilchennatur? – Schon die Interferenzexperimente von Young und Fresnel am Anfang des 19. Jahrhunderts hatten die Wellentheorie des Lichts bewiesen; nach der Maxwellschen Elektrodynamik wird seine Natur sehr erfolgreich als die einer elektromagnetischen Welle beschrieben – und jetzt kehrte Einstein zu der längst überholten Korpuskulartheorie zurück! Einstein wurde dazu gedrängt durch Überlegungen zur statistischen *Schwankung* im Strahlungsfeld, das erfahrungsgemäß durch die Plancksche Strahlungsformel richtig beschrieben wird: Die Größe der Schwankungen ist unvereinbar mit der Annahme, daß Licht nur Wellennatur hat; sie enthält einen Summanden, welcher der Partikel-Statistik entspricht und vor allem für hohe Frequenzen maßgebend ist. Licht scheint also in rätselhafter Weise beides zu sein, Welle und Teilchen. Dieser *Welle-Teilchen-Dualismus* wird uns in 3.15 noch ausführlich beschäftigen.

Lichtquantenhypothese

### 3.2 Atomphysik

1896 entdeckte Henri Becquerel die natürliche Radioaktivität von Uran. Ernest Rutherford experimentierte intensiv mit radioaktiver Strahlung, analysierte ihren Charakter und entdeckte 1911 den *Atomkern* auf folgende Weise: Rutherfords Schüler Geiger und Marsden richteten einen  $\alpha$ -Strahl (d.h. positiv geladene massive Teilchen) auf irgendein Material. Dieser Strahl wird durch das Material gestreut, und zwar werden – das ist das Auffällige – die meisten Teilchen fast gar nicht abgelenkt, einige wenige aber sehr stark. Rutherford erklärt diese Tatsache plausibel dadurch, daß das Atom aus einer räumlich konzentrierten Ladung und im übrigen aus leicht durchdringlichem Material besteht; er übernimmt das anschauliche Modell von Nagaoka, dem gemäß die negativ ge-

Atomkern

<sup>2</sup> Die ursprünglichen Planckschen Überlegungen waren, strenggenommen, logisch widersprüchlich.

ladenen Elektronen um einen positiv geladenen Kern kreisen, etwa wie der Saturnring um den Saturn<sup>3</sup>.

#### Das Bohrsche Atommodell

Niels Bohr, der ebenfalls an diesen Problemen arbeitete und kurz nach der Entdeckung des Atomkerns in Rutherfords Gruppe eingetreten war, erkannte schnell, daß es *hoffnungslos* ist, ein solches Atommodell aufgrund der klassischen Physik zu erklären; denn ein geladenes Teilchen, das auf einer Kreisbahn läuft, strahlt elektromagnetisch und verliert dadurch Energie, es müßte sich also auf einer Spirale dem Kern nähern – im Widerspruch zur empirisch erwiesenen Stabilität des Atoms. Wieder ist es, wie bei Planck, gerade das Durchdenken und Ernstnehmen der „alten“ Theorie, das den Schritt zur neuen ermöglicht. Gerade weil Bohr so klar die Hoffnungslosigkeit des Versuchs erkennt, das Atommodell mechanisch und elektrodynamisch zu beschreiben, kann er den Schritt wagen, der ganz von diesen Theorien wegführt. Bohr knüpft hier eine Verbindung zu Plancks Quantentheorie, indem er – ebenso wie Planck *gegen* die klassische Theorie – postuliert, daß die Elektronen auf *stabilen* Bahnen umlaufen (ohne Strahlung!), die so angeordnet sind, daß beim Übergang von einer Bahn zur anderen gerade die richtigen Energiedifferenzen auftreten, die gemäß der Formel  $E = h \cdot \nu$  mit den beobachteten Frequenzen im Spektrum der verschiedenen Atomarten übereinstimmen. Mit dieser Vorstellung ließen sich die beobachteten Spektren sehr gut erklären, und auch die Werte für die Größe des Atoms und die Ionisationsenergie<sup>4</sup> paßten zu dieser Vorstellung.

#### Die Quantisierungsregeln nach Sommerfeld

Die Bohrschen Prinzipien erwiesen sich bald als fruchtbar zur Erklärung auch vieler Feinheiten der Atomspektren; insbesondere Sommerfeld zeigte sich als Meister im Ersinnen immer neuer Rezepte, mit denen die Anwendung der Bohrschen Regeln eine Erklärung der Phänomene ergab. Die Jahre bis zur Entdeckung der Quantenmechanik brachten immer neue Erfolge, verbunden mit neuen Schwierigkeiten; ich will nur zwei Themen erwähnen, die in der Diskussion wichtig blieben, nämlich das Korrespondenzprinzip und den Stern-Gerlach-Versuch:

#### Korrespondenzprinzip

Das *Korrespondenzprinzip* Bohrs ist eigentlich eine selbstverständliche Konsistenzforderung: Da, wo die klassische Physik sich bewährt, soll die quantentheoretische Beschreibung (praktisch) dasselbe ergeben wie die klassische. So benutzt Bohr schon in seiner ersten Abhandlung über das Atommodell eine Überlegung, wie das Elektron strahlt, wenn es auf einer großen Bahn den Atomkern umläuft; in diesem Grenzfall muß die quantentheoretisch errechnete Strahlung mit der klassischen übereinstimmen. – Das Korrespondenzprinzip erwies sich, auch nach der Entdeckung der Quantenmechanik, als außerordentlich fruchtbarer heuristischer Leitfaden.

O.Stern und W.Gerlach haben 1921/22 ein Experiment entwickelt, das die Eigenheiten der Quantentheorie in besonderer Weise verdeutlicht. Man stelle sich

<sup>3</sup> Das Größenverhältnis Atom zu Atomkern ist etwa  $10^5$ , also wie km zu cm, d. h. viel größer als das Verhältnis Saturnring/Saturn, sogar größer als das Verhältnis Planetensystem/ Sonne.

<sup>4</sup> Vgl. Glossar.

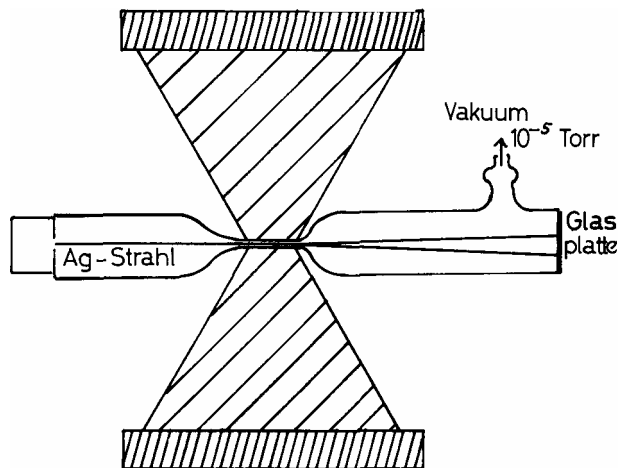


Abb. 3.1: Stern-Gerlach-Apparat

ein großes Vakuumgefäß vor, an dessen einem Ende, in einem Ofen, ein Strahl von Silberatomen (Silberdampf) erzeugt wird (Abb. 3.1, „Ag-Strahl“). Dieser Strahl geht durch ein sehr inhomogenes Magnetfeld – erzeugt etwa an Polschuhen, die geformt sind wie Abb. 3.2 zeigt –, und trifft dann auf eine Glasplatte.

Stern-Gerlach-Versuch

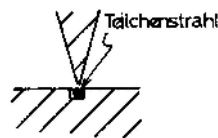


Abb. 3.2: Querschnitt durch die Polschuhe des Du-Bois-Magneten. An der scharfen Kante des oberen Polschuhs ist das Magnetfeld sehr stark und nimmt zu dem breiten (unteren) Polschuh rasch ab.

Ein Silberatom hat ein magnetisches Moment und wird daher im inhomogenen Magnetfeld aus der Bahn gelenkt. Klassisch muß man folgendes erwarten: Diejenigen Silberatome, deren magnetisches Moment zufällig in Richtung des Strahls orientiert ist, werden gar nicht abgelenkt; die übrigen werden um so mehr abgelenkt, je mehr das magnetische Moment quer zur Flugrichtung auf die Kante des Polschuhs zu gerichtet ist (senkrecht), und zwar je nach der Orientierung nach oben oder nach unten. Wenn der Silberdampfstrahl schön in der Mitte der Vorrichtung verläuft, wird man also erwarten, daß die Spur des Silberdampfs auf der Glasplatte in einen senkrechten Strich auseinandergezogen ist, der (wegen der zufälligen Richtungsverteilung aller Atome) in der Mitte stark, zu den Enden schwächer ist.

„Klassische“ Erwartung ...

Das Ergebnis des Experiments entspricht dieser Erwartung ganz und gar nicht. In Wirklichkeit wird der Silberdampfstrahl in zwei Strahlen *aufgespalten*; auf der Glasplatte erscheinen zwei gleichstarke Flecken übereinander, dort wo die Enden des Strichs zu erwarten waren, und dazwischen *nichts*. –

...und tatsächliche Erscheinung

Dieses Ergebnis wäre nach der klassischen Elektrodynamik verständlich, wenn jedes Silberatom von vornherein so orientiert wäre, daß das magnetische Moment senkrecht steht. Es ist aber kein physikalischer Mechanismus denkbar, der diese Ausrichtung zustande gebracht haben könnte.

#### Elektronen-*Spin*

Das Stern-Gerlach-Experiment zeigte zum ersten Mal einen typischen Quanteneffekt außerhalb der elektromagnetischen Strahlung. Wie sich später erwies, hatten Stern und Gerlach eine besonders typische quantenmechanische Größe nachgewiesen, den *Spin* des äußeren Silber-Elektrons. Der Elektronenspin ist eine Größe, bei der immer nur *zwei* mögliche Werte unterschieden werden können, allerdings auf verschiedene Weise (etwa bei verschiedenen Stellungen des Magneten, um den Silberdampfstrahl gedreht)<sup>5</sup>.

#### Ausrichtung der magnetischen Momente

Dieses „Nebeneinander“ von *unverträglichen* Größen wird sich als Charakteristikum der Quantenmechanik erweisen. Daß mit dem Elektronenspin ein magnetisches Moment und ein Drehimpuls verbunden ist (Einstein-de Haas), erscheint unter diesem Gesichtspunkt nur als Dreingabe.

### 3.3 Quantenmechanik

#### De-Broglie-Wellen

Louis de Broglie übertrug 1923 den merkwürdigen Doppelcharakter des Lichts auf das Elektron: So wie das Licht Wellen- und Teilcheneigenschaften zu haben scheint, könnte doch auch das Elektron, neben dem bisher vor allem festgestellten Teilchencharakter, Welleneigenschaften haben. Mit dieser Annahme deutete de Broglie die stabilen diskreten Bahnen der Elektronen als stehende Wellen um den Kern herum. An einem ebenen Modell kann man sich plausibel machen, daß nur bestimmte Bahndurchmesser mit einer Wellenlänge kombinierbar sind, wenn ein geschlossener Wellenzug entstehen soll: Es muß immer eine ganze Zahl von Wellen auf den Umfang passen.

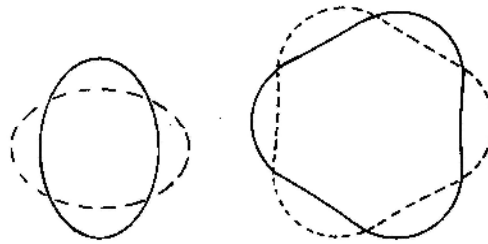


Abb. 3.3: Geschlossene stehende Wellen in der Ebene.

#### Wellenmechanik

L. de Broglie kombinierte die relativistische Beziehung zwischen Energie und Ruhmasse,  $E = mc^2$  (vgl. 2.3), mit der Quantenhypothese,  $E = h \cdot \nu$ , und kam so zu einer allgemeinen Vorstellung über die Wellennatur von Elektronen. Etwa gleichzeitig zeigten sich auch experimentell Wellenphänomene an Elektronen, endgültig bewiesen 1927 von Davisson und Germer: Davisson und seine Mitarbeiter fanden bei der Reflexion von Elektronen an Metallen

<sup>5</sup> Vgl. 3.15f.

Intensitätsverteilungen, welche für Partikel ganz unerklärlich waren, aber große Ähnlichkeit mit Verteilungen bei der Reflexion von Röntgenstrahlung hatten. – Erwin Schrödinger führte diesen Ansatz fort, indem er schließlich eine allgemeine Wellengleichung angab für komplexe Wellenfunktionen, die im Prinzip alle Teilchen beschreiben können.

Kurz vor der Veröffentlichung von Schrödingers Theorie hatte Heisenberg eine ganz andere Theorie vorgelegt, welche – nach Ergänzungen durch M. Born, W. Pauli, P. Jordan und P. Dirac – auf einen Schlag Licht und Ordnung in das vorher dicht verwurthete Dickicht von Quantisierungsregeln und -künsten brachte, das sich aus der Quantenhypothese und dem Atommodell entwickelt hatte<sup>6</sup>. Heisenberg war motiviert durch die Kombination einer „platonischen“ Suche nach Ordnung und Schönheit in der Natur mit dem „positivistischen“ Postulat, daß nur beobachtbare Größen in einer Theorie vorkommen sollten, und nicht „metaphysische“ Modelle. Da die Vorstellung von auf Kreisbahnen umlaufenden Elektronen so gar nicht mit vielen Experimenten übereinstimmen wollte, und da sich zudem solche Bewegungen der Elektronen nicht direkt nachweisen ließen, war er bereit, auf diese Vorstellung zu verzichten und statt dessen nur die beobachtbare Strahlung zu behandeln. Er entwickelte für die beobachtbaren Größen eine neue Mathematik, von der andere bald sahen, daß es die bekannte Mathematik der Matrizen ist.

Schließlich wurde die Quantenmechanik in den beiden folgenden Jahren vollendet, 1. durch die „statistische Interpretation“, die Max Born formulierte: „Die Bewegung der Partikel folgt Wahrscheinlichkeitsgesetzen, die Wahrscheinlichkeit selbst aber breitet sich im Einklang mit dem Kausalgesetz aus“, und 2. durch den Nachweis der mathematischen Äquivalenz der Theorien von W. Heisenberg und E. Schrödinger, in der abstrakten Formulierung durch P. Jordan, P. Dirac und schließlich J. v. Neumann, als „Statistische Transformationstheorie“. Die mathematische Struktur dieser Theorie hier zu beschreiben, scheint mir nicht möglich. Ich werde unten (3.15) versuchen, die „Essentials“ zu schildern aus unserem heutigen Verständnis, 75 Jahre später. Ebenso würde es zu weit führen, hier die Wurzeln im Denken der Beteiligten und die historischen Schritte in der Entwicklung der Theorie zu schildern. Das ist ein faszinierendes Thema, zu dem es gute Literatur gibt<sup>7</sup>.

Ein historischer Hinweis ist vielleicht auch für die philosophischen Fragen von Interesse: Zwei Formen der Quantenmechanik

Matrizenmechanik

Quantenmechanik

Zwei Formen –  
Zwei Interpretationen

<sup>6</sup> Einstein schreibt dazu an Paul Ehrenfest; „Heisenberg hat ein großes Quantenei gelegt“ (20. 9. 25).

<sup>7</sup> Bemerkenswert sind vor allem die beiden gründlichen Monographien von M. Jammer (1966 und 1974), die allerdings Kenntnisse in Physik voraussetzen, ebenso Hund (1984). Ohne solche Kenntnisse lesbar und lesenswert sind die Dialog-Erinnerungen von W. Heisenberg (1969), die Bohr-Biographie von Ruth Moore (1970), die kleinen rororo-Bild-monographien »Heisenberg« und »Planck«, sowie »Die Jahrhundertwissenschaft« von A. Hermann (1977), die Erinnerungen aller übrigen Beteiligten, so z.B. auch der Briefwechsel zwischen A. Einstein und M. Born (Born 1969). Vgl. auch die populäre Darstellung Jauch 1973.

sind fast gleichzeitig entdeckt worden, auf der einen Seite die Wellenmechanik von de Broglie und Schrödinger, unter aktiver Beteiligung Einsteins, auf der anderen Seite Heisenbergs Matrizenmechanik, hervorgegangen aus Bohrs Kopenhagener Schule, fortgeführt durch W. Pauli, M. Born, P. Jordan, P. Dirac, J. v. Neumann und weiteren. Die Wellenmechanik bleibt auf eher konventionellen Wegen, sie ist angelegt als Theorie eines komplexen Feldes im Raum, analog zum elektromagnetischen oder Gravitations-Feld. Die Matrizenmechanik war dagegen von vornherein als etwas ganz Neues angelegt, ihre Autoren waren überzeugt, daß man mit den Begriffen der klassischen Physik die neuen Erscheinungen nicht verstehen kann<sup>8</sup>. Entsprechend gibt es bis heute zwei große Gruppen von Interpreten der Quantenmechanik: Diejenigen, welche wie Bohr und die „Kopenhagener Schule“ die Änderungen an der klassischen Physik begrüßten und von der Quantenmechanik als physikalischer Theorie befriedigt waren, und auf der anderen Seite diejenigen, wie de Broglie, Einstein und Schrödinger, die mit der Quantenmechanik ganz unzufrieden waren, sofern sie nicht ein objektives Bild einer Wirklichkeit an sich liefert, so wie die klassische Physik es tut<sup>9</sup>. Erstaunlich ist, daß die so verschiedenen Theorien, die aus den beiden ganz verschiedenen Grundhaltungen heraus entwickelt worden sind, sich als mathematisch gleich strukturiert („isomorph“) erwiesen haben; dahinter muß doch eine sehr allgemeine, einfache Grundstruktur stecken.

Zunächst wollen wir die Art der Neuerungen in der Quantenmechanik an zwei Begriffen andeuten, die von Bohr und Heisenberg im Anschluß an ihre Diskussionen im Jahr 1927 eingeführt wurden: *Unbestimmtheit* und *Komplementarität*.

Unbestimmtheitsrelation:  
 $\Delta p \cdot \Delta q \geq \frac{1}{2}$

Heisenberg zeigt in einem Aufsatz, den er in Kopenhagen unter dem Einfluß seiner Diskussionen mit Bohr geschrieben hat, daß bei einem Elektron nicht der Ort und der Impuls *zugleich* scharfe Werte haben können, sondern daß das Produkt der beiden „Ungenauigkeiten“ die berühmte Ungleichung erfüllt:

$$\Delta p \cdot \Delta q \geq \frac{1}{2}$$

Dabei ist  $\Delta p$  die mittlere Streuung, die bei Impulsmessungen auftreten würde, entsprechend  $\Delta q$  für Ortsmessungen, und  $\hbar$  ist die Plancksche Konstante („Wirkungsquantum“). Bei der Formulierung dieser Unschärfe- oder Unbestimmtheitsrelation muß man darauf achten, was wirklich behauptet wird. Es ist irreführend, als Behauptung zu zitieren, nach der Quantenmechanik könne man Ort und Impuls eines Elektrons nicht *messen*<sup>10</sup> – denn das legt erstens nahe, das Elektron *hätte* doch an sich Ort und Impuls, und

<sup>8</sup> Vgl. die soziologische Betrachtung Forman 1971.

<sup>9</sup> Einen Höhepunkt dieser Auseinandersetzung bildet die Diskussion zwischen A. Einstein und N. Bohr, abgedruckt in dem Einstein-Band Schilpp (1949) und in Bohr (1958). Vgl. auch Hoffmann / Dukas (1978) und die „klassische“ Einstein-Biographie Pais (1982).

<sup>10</sup> Heisenberg hat sich zunächst (1930) selbst mißverständlich ausgedrückt.

zweitens ist es in bestimmten Interpretationen falsch<sup>11</sup>. Heisenbergs Argument ist vielmehr richtig so: Nach der Quantenmechanik gibt es keinen *Zustand* eines Elektrons, in dem es zugleich scharfen Ort und Impuls hat, sondern die Wahrscheinlichkeit für die verschiedenen Meßergebnisse genügt immer der obigen Ungleichung. Dies ist eine Aussage über die *Theorie*; von Messung ist dabei nur insofern die Rede, als unterstellt wird, daß die Theorie richtig ist und die Meßergebnisse entsprechend der Theorie herauskommen. Die weitere Argumentation Heisenbergs ist erst die Reaktion auf Einwände, die etwa lauten: „Man kann doch den Ort ebenso wie den Impuls (fast) beliebig genau messen; wie ist das mit Ihrer Ungleichung vereinbar?“ – Darauf widerlegt Heisenberg in Gedankenexperimenten verschiedene denkbare Möglichkeiten, Ort und Impuls *zugleich* so zu messen, und widerlegt damit die Meinung, daß man dem Teilchen einen *Zustand* zuordnen müßte, der seine Ungleichung verletzt. Das Heisenbergsche Argument zur Messung<sup>12</sup>, das gewöhnlich zitiert wird, dient also nur hilfsweise dazu, mögliche Einwände gegen die Quantenmechanik zu widerlegen. Seine eigentliche Aussage weist auf die Unmöglichkeit bestimmter Zustände gemäß der Quantenmechanik hin<sup>13</sup>.

Bohrs Begriff der *Komplementarität* wird zwar von Physikern meistens auf Größen angewandt, die einer Unbestimmtheitsrelation unterliegen („Ort und Impuls sind komplementär“), von Bohr war dieser Begriff aber viel weiter gemeint: Er spricht von der Komplementarität zwischen Gerechtigkeit und Liebe, oder von der Komplementarität zwischen dem Benutzen und dem Definieren eines Begriffs. Bohrs Vorgehen bei der Interpretation der Quantenmechanik erweckt den Eindruck, als ob er schon lange sein Augenmerk auf komplementäre Erscheinungen gerichtet hätte und schließlich, 1927, mit großer Freude entdeckte, daß sogar die exakte und eindeutige Physik nur mit komplementären Beschreibungen zu verstehen ist. In seinem Vortrag auf dem Volta-Kongreß in Como<sup>14</sup> führte er den Ausdruck „komplementär“ zum erstenmal wie beiläufig ein<sup>15</sup>: „Nach dem Wesen der Quantentheorie müssen wir uns also damit begnügen, die Raum-Zeit-Darstellung und die Forderung der Kausalität, deren Vereinigung für die klassischen Theorien kennzeichnend ist, als komplementäre, aber einander ausschließende Züge der Beschreibung des Inhalts der Erfahrung aufzufassen, die die Idealisation der Beobachtungs- bzw. Definitionsmöglichkeiten symbolisieren.“ Und etwas später: „In der Tat handelt es sich hier nicht um einander widersprechende, sondern

Komplementarität

<sup>11</sup> Popper (1935) gibt ein Gedankenexperiment an, das man eine Messung von Ort und Impuls für die gleiche Zeit nennen kann. Allerdings legt diese Messung keinen *Zustand* des Elektrons fest, bei dem Ort und Impuls definiert wären.

<sup>12</sup> Heisenberg (1930).

<sup>13</sup> Das von Heisenberg behandelte Observablenpaar Ort/Impuls kann hier nur als Beispiel stehen; das Auftreten solcher *unverträglicher* (inkompatibler) Paare ist das eigentliche Charakteristikum der Quantenmechanik, Vgl. 3.13.

<sup>14</sup> Bohr (1927).

<sup>15</sup> Dieser auch für den Laien gut lesbare Vortrag ist zuerst gedruckt worden in: Die Naturwissenschaften 16 (1928) 245, nachgedruckt in: Bohr (1931), Hermann (1963), und auf englisch in: Bohr (1961); vgl. zur Ausführung auch die weiteren Aufsatzbände Bohr (1958) und Bohr (1963) sowie die gründliche Analyse von K.-M. Meyer-Abich (1965).



um komplementäre Auffassungen der Erscheinungen, die erst zusammen eine naturgemäße Verallgemeinerung der klassischen Beschreibungsweise darbieten.“ – Bohr sieht also das Neue an der Quantenmechanik darin, daß die Beschreibung nur *entweder* den Raum-Zeit-Aspekt erfassen kann *oder* die Kausalerklärung. Jedes von beiden kann phänomenal erfaßt werden (in einer Messung); sie können aber nicht beide zugleich Phänomen werden, wie in der klassischen Physik, obwohl sie auch in der Quantenmechanik zusammengehören. Hier kann man auch den Zusammenhang mit Heisenbergs Anliegen erkennen: Faßt man die Observable „Ort“ als Repräsentanten der Raum-Zeit-Beschreibung auf und die Observable „Impuls“ als Repräsentanten für den Gesichtspunkt der Kausalität, dann ist die Unbestimmtheitsrelation zwischen diesen Observablen formaler Ausdruck der Komplementarität der beiden Beschreibungsweisen.

Wir wollen in den folgenden Abschnitten den Charakter von physikalischer Theorie noch näher analysieren. Mit den dadurch gewonnenen Einsichten wollen wir danach noch einmal die Quantenmechanik, so wie wir sie heute verstehen, und ihre Interpretationsprobleme betrachten (3.15).

### 3.4 Der Voraussagecharakter der Naturwissenschaft

*Vollständigkeit der Quantentheorie*

Die Auseinandersetzung über die Grundlagen der Quantenmechanik geht zu einem großen Teil um den Sinn und Zweck von Naturwissenschaft. Die Diskussion zwischen Bohr und Einstein ist dafür ein Paradebeispiel: Bohr war sehr zufrieden, daß die Quantenmechanik im Rahmen der exakten Naturwissenschaft die Struktur von Individualität und Komplementarität zeigte, die er auch anderswo fand, und dabei noch die vorher anscheinend unlösbaren Probleme der physikalischen Theorie löste. Für Einstein dagegen war die neue Theorie unbefriedigend, „unvollständig“, wie er sich schließlich in der zusammen mit Podolsky und Rosen verfaßten Arbeit ausdrückte. Nach Einsteins Meinung muß eine physikalische Theorie zu jedem *Element der Wirklichkeit* (soweit es Gegenstand der Theorie sein kann) eine Entsprechung enthalten, und gerade das tut die Quantenmechanik nicht – wir kommen in Kap. 3.15f auf diese Frage unter dem Kürzel „EPR“ zurück.

vorausgesagte relative Häufigkeit

Der fundamentale Dissens zwischen Einstein und Bohr – der in verschiedenen Einkleidungen immer wieder unter Interessierten diskutiert wird – geht also darum, was überhaupt von einer Theorie der Wirklichkeit erwartet werden kann. Wir diskutieren dieses Problem auch im Hinblick auf den Gedanken einer Physik a priori, den wir unten (3.4) aufgreifen wollen. Zunächst wird uns die Erörterung zu den Fragen der Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung führen<sup>16</sup>. Wir wollen dabei an den Gebrauch anknüpfen, den Praktiker ganz problemlos vom Begriff Wahrscheinlichkeit machen, indem sie Wahrscheinlichkeit als *vorausgesagte relative Häufigkeit* verstehen. Die Probleme mit den Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie tauchen erst auf, wenn man versucht, den Sinn dieser Interpretation (oder Definition) zu *präzisieren*.

<sup>16</sup> Zur Ergänzung verweise ich auf die ausführliche Diskussion in meinem Buch (1979), Kap. IV.

Voraussage Fundamental an dieser Interpretation ist die Einführung der *Voraussage*.

Hier scheiden sich aber schon die Geister: Zwar würde wohl kein Fachmann bestreiten, daß Naturwissenschaft *auch* zur Voraussage taugt; in der Technik wird sie ja sehr erfolgreich gerade dazu benutzt. Aber ein ordentlicher „reiner“ Wissenschaftler wird betonen, daß die „Anwendung“ für Voraussagen zwar ein nicht unwichtiger Nebeneffekt sei, daß aber eigentlich der Sinn der Naturwissenschaft die Aufklärung der Strukturen sei, die in den Naturgesetzen *zeitlos* vorhanden seien, unabhängig von so etwas Subjektiv-Zeitlichem wie Voraussagen<sup>17</sup>. (Da sind wir wieder in der Debatte über Sinn und Zweck der Naturwissenschaft.) Gegen diese Auffassung macht z. B. C.F.v.Weizsäcker darauf aufmerksam, daß schon der Begriff „Erfahrungswissenschaft“ die zeitliche Struktur impliziert: Erfahrung macht man, indem man aus der *Vergangenheit* für die *Zukunft* lernt.

Die Form jedes Naturgesetzes enthält diese zeitliche Struktur: „Unter den und den Bedingungen *wird* dies und jenes eintreten“, oder „nach der Präparation X *wird* man das Meßergebnis Y feststellen können“. Ganz unvermeidlich erscheint dieser zeitliche Aspekt, von wo aus auch immer wir eine Theorie betrachten: Die *Allgemeinheit* der Naturgesetze erfordert ihre Gültigkeit für alle Zeiten, insbesondere auch für die Zukunft – wir haben das oben (Kap. 1.5) an Hand des Humeschen Problems erörtert. Wir können sogar an dem scheinbar ganz entgegengesetzten Aspekt der *Objektivität* die Notwendigkeit von Voraussagen zeigen<sup>18</sup>. Denn man meint doch mit einer „objektiven“ Beschreibung im Sinn der Naturwissenschaft eine solche, die im Prinzip jedermann nachprüfen kann. Da haben wir es schon: *nachprüfen* kann man nur hinterher, *nachdem* die Beschreibung gegeben worden ist. Jede objektive Beschreibung von Wirklichkeit muß also eine *Voraussage* dessen sein, was einer finden wird, wenn er nachprüft; eine *allgemeine* objektive Beschreibung (der *Struktur* von Wirklichkeit) hat also immer die Form des Naturgesetzes, wie oben angegeben.

Bei näherer Betrachtung scheint also die Voraussagemöglichkeit fundamental für Naturwissenschaft. Allerdings kann die Theorie nur *Gesetze* für Voraussagen enthalten, also immer-gültige Aussagen. Die Erfahrungswissenschaft muß demnach beides zusammen enthalten: Die Struktur von Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft in ihrer Beziehung zur *Erfahrung*, und zugleich die Allgemeingültigkeit, die keine bestimmte Gegenwart auszeichnet, in ihrer Eigenschaft als *Wissenschaft*. Auf den zweiten Aspekt hat man vorwiegend den Blick gerichtet, in gerechter Bewunderung der zeitlosen Wahrheit eleganter Deduktionen, so sehr, daß der Unterschied von Vergangenheit und Zukunft schließlich als „nur subjektiv“ empfunden wurde, und man versuchte, nachträglich diesen Unterschied aus der Physik abzuleiten.

Es gibt eine lange Tradition von „*Zeitrichtung*“ Versuchen, aus der statistischen Thermodynamik abzuleiten, wie die „Zeit-

Objektivität und Voraussage

zeitlose Wahrheit?

<sup>17</sup> Vgl. Ludwig (1974), Bd. I.

<sup>18</sup> Vgl. Drieschner (1997).

richtung“ zustande kommt<sup>19</sup>. In der statistischen Thermodynamik nämlich gelingt das Merkwürdige, daß aus der klassischen Mechanik, die reversibel<sup>20</sup> ist, die irreversible Thermodynamik *abgeleitet* wird. Der Unterschied von Vergangenheit und Zukunft kommt also, ohne daß man genau sieht, wie, durch statistische Überlegungen in die Theorien hinein, also dadurch, daß die Zustände des Systems nicht genau sondern nur pauschal, statistisch beschrieben werden. So konnte man zu der irrigen Meinung kommen, Vergangenheit und Zukunft seien „an sich“ vertauschbar, und der Eindruck ihres Unterschieds (der sog. „Zeitrichtung“) werde erst durch das subjektive Nichtwissen erzeugt, das die Anwendung von Statistik erfordert. Man kann aber leicht sehen, daß der Eindruck, „aus nichts“ entstünde der Unterschied von Vergangenheit und Zukunft, falsch ist: In Wirklichkeit kann man den „Zweiten Hauptsatz der Thermodynamik“, den Satz von der Irreversibilität, nur ableiten, wenn man den Unterschied von Vergangenheit und Zukunft *voraussetzt*<sup>21</sup>. Wir bemerken gewöhnlich nicht einmal, daß wir diese Voraussetzung machen; denn die Beschränkung von Wahrscheinlichkeiten auf *Prognosen* erscheint uns ganz selbstverständlich.

Wir werden auf die Argumente unten zurückkommen, wollen aber zunächst den systematischen Weg weitergehen und fragen: Wie können empirisch prüfbare Voraussagen aussehen?

### 3.5 Voraussage relativer Häufigkeit

Die Voraussage für ein bestimmtes Ereignis kann beinhalten, daß dies Ereignis eintreten wird, oder auch, daß es nicht eintreten wird; es gibt zwei Möglichkeiten: ja oder nein. Man kann sich klarmachen, daß sich darüber hinaus auch die Voraussage „manchmal ja, manchmal nein“ empirisch prüfbar präzisieren läßt, nämlich als Voraussage der *relativen Häufigkeit* von „ja“.

*relative Häufigkeit ist nicht exakt voraussagbar*

Die Voraussage der relativen Häufigkeit unterscheidet sich von der „einfachen“ Voraussage dadurch, daß sie sich i.a. nicht exakt bestätigen läßt. Wie man leicht sieht, *kann* die Voraussage einer relativen Häufigkeit (außer 0 und 1) gar nicht in jedem Fall exakt bestätigt werden, weil in einem konkreten Kollektiv von  $N$  Versuchen die relative Häufigkeit des Ergebnisses  $x$  nur einer der Brüche  $n/N$  sein kann: Wenn wir z. B. neunmal einen Würfel werfen, dann kann die relative Häufigkeit der Fünf 0,  $1/9$ ,  $2/9$ , ...,  $8/9$  oder 1 sein; andere Zahlen sind nicht möglich. Die relative Häufigkeit  $1/6$ , die wir für einen „guten“ Würfel vorhersagen würden, kann bei 9 Würfeln nicht exakt auftreten.

<sup>19</sup> Vgl. Boltzmann (1898), Grünbaum (1967).

<sup>20</sup> Eine Theorie heißt reversibel, wenn mit jedem nach der Theorie möglichen Ablauf auch der umgekehrte Ablauf nach der Theorie möglich ist. Z. B. wäre nach der Newtonschen Theorie auch eine Planetenbewegung möglich, in der alle Planeten andersherum laufen: es würden sich, alle Störungen eingeschlossen, genau dieselben Konstellationen ergeben, nur in umgekehrter Reihenfolge. In diesem Sinn sind z. B. klassische Mechanik und Elektrodynamik reversibel. Die Thermodynamik dagegen ist irreversibel: In jedem abgeschlossenen System werden Temperaturunterschiede sich ausgleichen, aber nicht „von selbst“ entstehen; der Kaffee wird von selbst in der Tasse kalt, aber nicht von selbst wärmer als seine Umgebung. Vgl. unten 3.8.

<sup>21</sup> Weizsäcker (1939, 1992); vgl. auch Drieschner (1979).

Trotzdem kann man sehr viel genauere Aussagen über solche „ungefähr“ vorausgesagten relativen Häufigkeiten machen, nach folgender Überlegung: *Vorausgesagte* Häufigkeiten, auch wenn sie nicht exakt eintreten, hängen so zusammen, wie Häufigkeiten überhaupt miteinander zusammenhängen. Nehmen wir z. B. an, es wäre für einen (gefälschten) Würfel die relative Häufigkeit einer Sechs als  $2/9$  vorausgesagt, die einer Eins als  $1/9$ , die der übrigen Augenzahlen als je  $1/6$ ; dann wird *damit* vorausgesagt, daß die relative Häufigkeit einer geraden Zahl  $5/9$ , die einer ungeraden Zahl  $4/9$  sein wird. Nichts anderes formulieren die Grundregeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung: Sie geben triviale Zusammenhänge zwischen relativen Häufigkeiten an. Die wirklich gefundenen Ergebnisse erfüllen die Voraussagen nur ungefähr; und zwar erfüllen sie alle Häufigkeitsvoraussagen, die miteinander exakt zusammenhängen, gleichmäßig ungenau. Der Zusammenhang zwischen den empirischen relativen Häufigkeiten folgt wieder exakt den Regeln.

Lassen Sie mich hier ein Wort über den Unterschied zwischen „objektiver“ und „subjektiver“ Wahrscheinlichkeit einschieben: Unsere Interpretation der Wahrscheinlichkeit als *vorausgesagte* relative Häufigkeit läßt sich nicht auf Anhub der subjektiven oder der objektiven Auffassung zuordnen: Voraussage wird gewöhnlich als etwas Subjektives angesehen; wir haben andererseits oben Gründe dafür erörtert, daß sie zum Fundament jeder objektiven Theorie gehört. – Bei näherer Betrachtung unterscheidet sich aber die subjektive Auffassung nicht so sehr von der objektiven wie der lange Streit zwischen ihren Verfechtern vermuten läßt. Es ist in vielen Fällen möglich, das Subjektive an der subjektiven Wahrscheinlichkeit darin zu sehen, daß es sich um die subjektive Schätzung eines Theoretikers für die künftige relative Häufigkeit handelt<sup>22</sup>. Die Vertreter der objektiven Richtung betonen dagegen, daß für die vorausschätzbare relative Häufigkeit eine objektive Eigenschaft des betrachteten Experiments verantwortlich sein muß, eine mehr oder weniger starke „Neigung“<sup>23</sup> zu einem bestimmten Ergebnis. – Die subjektive Interpretation ist erst eingeführt worden als Folge einer Resignation gegenüber den Problemen, die entstehen, wenn man die objektive Wahrscheinlichkeit als Eigenschaft von Objekten auffaßt; denn diese Eigenschaft entzieht sich dem Zugriff, sie läßt sich, wie wir gesehen haben, prinzipiell nicht genau messen.

Wir wollen über diesen merkwürdigen Umstand nicht verzweifeln, denn darin unterscheidet sich die Wahrscheinlichkeit zunächst nicht von anderen meßbaren Größen; *keine* Größe läßt sich exakt messen. Nur ist bei der Wahrscheinlichkeit die Unschärfe schon im Begriff der Meßgröße selbst enthalten, die Mindest-Unschärfe läßt sich aus der Wahrscheinlichkeit selbst errechnen.

Da dieser elementare Zusammenhang ganz entscheidend ist für das Verständnis des Wahrscheinlichkeitsbegriffs, wird er im Mathematisch-Physikalischen Anhang zu diesem Abschnitt näher

Beziehung zwischen  
relativen Häufigkeiten

*subjektive* oder *objektive* Wahr-  
scheinlichkeit?

Die Wahrscheinlichkeit bestimmt  
ihre eigene Unschärfe

Erwartungswert der relativen  
Häufigkeit

<sup>22</sup> E. T. Jaynes (1959, 1983) gibt allerdings eine Theorie für subjektive Plausibilität an, die von relativer Häufigkeit ganz unabhängig ist. Sie gleicht der Wahrscheinlichkeitstheorie allerdings nur dann, wenn man willkürlich bestimmte Zusatzannahmen macht.

<sup>23</sup> „Propensity“, nach K. Popper (1957).

ausgeführt. Die Wahrscheinlichkeit stellt sich im Rahmen der Wahrscheinlichkeitsrechnung selbst als *Erwartungswert der relativen Häufigkeit* heraus, wobei der Erwartungswert ein vorausgesagter Mittelwert ist.

#### *Eine Konsistenzüberlegung*

Die Frage nach dem Erwartungswert der relativen Häufigkeit sieht zunächst zirkelhaft aus, denn der Erwartungswert ist ja mit Wahrscheinlichkeiten definiert, also mit vorausgesagten relativen Häufigkeiten. In Wirklichkeit besteht aber kein Zirkel: Die relative Häufigkeit in dieser Formel ist die Häufigkeit von Ereignissen  $E$  in einer Versuchsreihe, sie ist eine Eigenschaft des Einzelereignisses: »Versuchsreihe von  $N$  Versuchen«. Die Wahrscheinlichkeit, die in der Formel für den Erwartungswert auftritt, ist dagegen die vorausgesagte relative Häufigkeit von Versuchsreihen (nämlich solchen mit der Eigenschaft  $E_k^N$ ) in einer *Reihe* von Versuchsreihen. Die Definition ist daher nicht zirkelhaft, sondern sie definiert den Erwartungswert der ersten (ursprünglichen) Stufe mit Hilfe von Häufigkeiten der nächsten Stufe, bei der *Reihen* der ursprünglichen Versuche als Einzelversuche behandelt werden<sup>24</sup>. Das ist zwar keine Definition von Wahrscheinlichkeit, aber es zeigt die Konsistenz des ganzen Verfahrens: Zwar trifft die vorausgesagte relative Häufigkeit im Einzelfall nur ungenau ein; aber im Mittel – so die Voraussage – wird die relative Häufigkeit gleich der Wahrscheinlichkeit sein.

#### *Wahrscheinlichkeit von Wahrscheinlichkeit*

Außerdem läßt sich die Wahrscheinlichkeit berechnen, daß in einer Versuchsreihe fester Länge das fragliche Ergebnis genau  $k$ -mal vorkommt. Z.B. ist bei 20 Münzwürfen die Wahrscheinlichkeit, 10-mal Kopf zu werfen, 17,6%, 9-mal Kopf zu werfen, 16%, 20-mal Kopf zu werfen, 1/10.000. Dies sind aber wieder Wahrscheinlichkeiten, also nur ungefähr relative Häufigkeiten. Es läßt sich berechnen, allein aus der ursprünglichen Wahrscheinlichkeit des Ereignisses, wie stark diese Ergebnisse wiederum (wahrscheinlich!) streuen werden, wenn man öfter eine Reihe von je 20 Münzwürfen macht, etc.: Auf jeder Stufe der Betrachtung läßt sich wieder anstelle einer vorausgesagten Häufigkeit angeben, mit welcher Wahrscheinlichkeit welche Häufigkeiten eintreten werden. Irgendwann kann man dann diesen Regress abbrechen, indem man nur noch Aussagen betrachtet, deren Wahrscheinlichkeit sehr nahe an Eins oder sehr nahe an Null ist: die sind dann praktisch sicher. (Es läßt sich ebenfalls zeigen, daß die Wahrscheinlichkeit Null und die Wahrscheinlichkeit Eins jeweils *genau* die relative Häufigkeit sind.)

Damit ist der Begriff der Wahrscheinlichkeit mit seiner merkwürdigen Stufenstruktur vollständig beschrieben. Exaktere Voraussagen relativer Häufigkeit sind, dem Begriff solcher Voraussagen gemäß, unmöglich<sup>25</sup>.

<sup>24</sup> Vgl. Weizsäcker 1971.

<sup>25</sup> Vgl. den Mathematisch-Physikalischen Anhang und auch die ausführliche Behandlung dieser Fragen in Drieschner (1979), Kap. IV.

### 3.6 Fragen zur Wahrscheinlichkeit

#### a) *Begriff der Wahrscheinlichkeit*

Wir müssen nun versuchen, sorgfältig die verschiedenen Fragen auseinanderzuhalten, die man zu den Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie stellen kann: Wir haben oben nach dem *Begriff* der Wahrscheinlichkeit gefragt und dafür die Erklärung: „Vorausgesagte relative Häufigkeit“ angeboten. Das bedeutet aber nicht, daß sich *jeder* Begriff von Wahrscheinlichkeit so erklären läßt. Wir haben schon auf die Arbeiten von E. T. Jaynes hingewiesen, dessen Wahrscheinlichkeitsbegriff ganz andere Ursprünge hat. Auch andere Vertreter eines subjektiven Wahrscheinlichkeitsbegriffs, wie z. B. Bruno de Finetti, werden sich selbst nicht in solcher Nähe zu unserer Auffassung sehen, wie wir es oben dargestellt haben. Wir haben unseren Wahrscheinlichkeitsbegriff ja auch nicht als allgemeine Erklärung für alle anderen eingeführt, sondern wir haben zunächst nach den allgemeinsten empirisch prüfbaren Voraussagen gefragt, und dann erst festgestellt (jedenfalls *systematisch* später), daß diese Voraussagen den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung genügen. Ich bin darüber hinaus der Ansicht, daß die Erklärung als vorausgesagte Häufigkeit genau den Gebrauch des Begriffes „Wahrscheinlichkeit“ in der Naturwissenschaft wiedergibt. Aber das ist nicht Teil des Arguments, sondern wir brauchen *systematisch nur* von vorausgesagter relativer Häufigkeit zu sprechen. Lediglich versuchsweise will ich diese dann Wahrscheinlichkeit nennen.

andere Wahrscheinlichkeitsbegriffe

#### b) *Möglichkeit von Voraussagen relativer Häufigkeiten*

Nach diesen Erklärungen zum Begriff Wahrscheinlichkeit bleiben noch viele Fragen offen, z. B. die, ob überhaupt solche Voraussagen möglich sind. Darüber sagt die Begriffserklärung nichts. Wir wissen aber aus Erfahrung, daß Voraussagen der relativen Häufigkeit mit Erfolg gemacht werden. Wenn wir das *verstehen* wollen, müssen wir auf die *transzendenten* Überlegungen zurückgreifen, die wir oben schon angedeutet haben: Wenn Erfahrung überhaupt möglich sein soll, dann muß es Gesetze für die Voraussagen geben, und wenn die Voraussagen relativer Häufigkeiten die allgemeinsten überhaupt möglichen Voraussagen sind, dann müssen *solche* Voraussagen möglich sein. Aber Erfahrung *ist* ja möglich – wenn sie nicht möglich wäre, könnten wir nicht einmal die Begriffe bilden, in denen wir nach den Bedingungen der Möglichkeit von Erfahrung fragen.

transzendente Argumentation

#### c) *Konkrete Zahlen für Voraussagen*

Angenommen, Voraussagen relativer Häufigkeit sind möglich; wie kommen wir dann zu konkreten Zahlen für solche Voraussagen? – Es gibt dazu im wesentlichen zwei Verfahren, nämlich Symmetrieüberlegungen und Schlüsse aus vergangenen relativen Häufigkeiten.

*Voraussagen aus Symmetrie**a) Symmetrien*

Wir haben schon oben (2.5) die hervorragende Bedeutung von Symmetrieüberlegungen für die Naturwissenschaft dargestellt. Sie können u.a. dazu dienen, konkret relative Häufigkeiten vorherzusagen, etwa beim Würfel: Ein guter Würfel ist so homogen im Material und so regelmäßig geschnitten, daß sich seine Seiten in keiner für das Fallen relevanten Eigenschaft unterscheiden (die aufgemalten Punkte dürfen da nichts ausmachen). Wenn dann auch noch so geworfen wird, daß keine der Seiten ausgezeichnet ist, dann wird man auch in der Voraussage keine der Seiten auszeichnen können: Das ist die Bedeutung von Symmetrie! Da die Summe der vorausgesagten relativen Häufigkeiten Eins sein muß, hat also im symmetrischen Fall (beim „unverfälschten Würfeln“) jede Augenzahl die Wahrscheinlichkeit  $1/6$ .

*„klassische“ Wahrscheinlichkeitsdefinition*

Diese Überlegung, in verallgemeinerter Form, steckt in der *klassischen* „Definition“: „Wahrscheinlichkeit ist das Verhältnis der Zahl der günstigen Fälle zur Zahl der möglichen Fälle“, zu der Laplace (1812) kommentiert, es seien die „gleichmöglichen“ Fälle gemeint. – Diese „klassische Definition“ hat viele Diskussionen hervorgerufen, denn eigentlich ist sie keine Definition. „Gleichmöglich“ heißt doch wohl genau: *gleichwahrscheinlich*; d. h. die sogenannte Definition gibt an, wie man aus bekanntermaßen gleichen Wahrscheinlichkeiten weitere berechnet, und ist insofern natürlich eine nützliche Regel<sup>26</sup>. Daß die „gleichmöglichen“ Fälle dabei eine fundamentale Rolle spielen, weist auf die selbstverständlich akzeptierte Bedeutung der Symmetrieüberlegungen hin: Hat man  $n$  gleichmögliche Fälle gefunden, wie etwa die 6 Würfelseiten, dann hat man auch die numerische Wahrscheinlichkeit, nämlich  $1/n$  für jeden Fall.

*„gleichmögliche“ Fälle*

Entsprechende Überlegungen sind praktisch überall in der modernen Physik wichtig, wenn sie auch i.a. nicht die einfache Form des Würfelbeispiels haben. Aus den Symmetriegruppen errechnen sich z. B. die Clebsch-Gordan-Koeffizienten der Quantentheorie, die für Intensitäten, Streuquerschnitte etc. maßgeblich sind; sie sind nichts anderes als eine raffinierte Form der Abzählung gleichmöglicher Fälle. Die berühmte Unterscheidung zwischen Boltzmann-, Bose-Einstein- und Fermi-Dirac-Statistik ist eine Unterscheidung zwischen verschiedenen Arten, „gleichmögliche“ Fälle einzuteilen.

*β) Messung**empirische Bestimmung von Wahrscheinlichkeit*

Außer theoretischen Überlegungen kann auch die empirische Zählung von Versuchsergebnissen zu Wahrscheinlichkeitsvoraussagen führen. Laplace stellte z. B. fest, daß unter allen registrierten Geburten, die ihm zugänglich waren, das Verhältnis von Knaben zu Mädchen etwa 22:21 war; für eine künftige Geburt

<sup>26</sup> Man *kann* die klassische Definition auch in die Nähe unserer Definition rücken, wenn man die „Fälle“ als Versuche in einer Versuchsreihe interpretiert. Dann wäre Wahrscheinlichkeit einfach die relative Häufigkeit der positiven Ergebnisse unter den Versuchen. Vielleicht spielten Assoziationen an diesen Zusammenhang bei der Formulierung der „Definition“ eine Rolle.

hätte er also die Wahrscheinlichkeit, daß es ein Mädchen wird, auf  $21/43$  schätzen können.

Ein Problem entsteht dadurch, daß nach der Wahrscheinlichkeitstheorie selbst gewisse Schwankungen der relativen Häufigkeit um den Mittelwert zu erwarten sind, auch bei streng konstanten Versuchsbedingungen. Nehmen wir an, ich mache heute eine Prognose auf Grund der relativen Häufigkeit bei einer vergangenen Versuchsreihe; es könnte sich später herausstellen, wenn sehr viele weitere Versuche gemacht worden sind, daß die relative Häufigkeit in der ersten Versuchsreihe vom Mittel stark abgewichen war<sup>27</sup>. Wie wahrscheinlich ist das?

Wenn wir die Wahrscheinlichkeit für ein einzelnes Ereignisses haben, können wir die Wahrscheinlichkeit verschiedener relativer Häufigkeiten in einem konkreten Kollektiv solcher Ereignisse (einer Versuchsreihe) angeben. Jetzt ist umgekehrt gefragt, welche Voraussage die richtige gewesen wäre, bei gegebener Häufigkeit in einem konkreten Kollektiv. Wenn wir über das obige Beispiel hinausgehen wollen – in dem die relative Häufigkeit im faktischen Kollektiv als Prognose für die Zukunft verwendet wurde – dann müssen wir verschiedene Hypothesen für die Prognose zur Auswahl haben. Die *Bayessche Regel*<sup>28</sup> gibt dann Auskunft über die Wahrscheinlichkeiten dafür, daß die Hypothesen wahr sind.

*Bayessche Regel*

Die Bayessche Regel erfordert die Angabe von „a-priori-Wahrscheinlichkeiten“ für die verschiedenen Hypothesen. Hat man keinen besonderen Grund für bestimmte a-priori-Wahrscheinlichkeiten, dann liegt es nahe, diese Wahrscheinlichkeiten alle gleichzusetzen. Dann entsteht aus der Bayesschen Regel die einfachere Likelihood-Regel, die besagt: „Auf Grund eines Ereignisses E wird diejenige Hypothese am wahrscheinlichsten, der gemäß das Ereignis E die größte Wahrscheinlichkeit hatte.“ – Wenn man die Gleichwahrscheinlichkeit der Hypothesen zu Recht eingeführt hatte, etwa auf Grund von Symmetrieüberlegungen (s. oben,  $\alpha$ ), dann ist das der richtige Schluß. Wenn man die Gleichwahrscheinlichkeit nur geraten hatte, aus Mangel an besserer Information, dann kann sich der Schluß mit der Likelihood-Regel natürlich als falsch herausstellen. Hier ist also Vorsicht bei der Anwendung des „Satzes vom zureichenden Grund“ geboten<sup>29</sup>: Es ist zwar statthaft, auf die Symmetrie unter den Möglichkeiten zu schließen, wenn es keinen „zureichenden Grund“ für eine Unterscheidung gibt; aber es kann vorkommen, daß man einen zureichenden Grund, der eigentlich vorliegt, übersieht. – Auf die Dauer, d.h. bei sehr vielen Anwendungen der Bayesschen Regel, wird

Likelihood-Regel

<sup>27</sup> Wir können uns einfacher ausdrücken, wenn wir – wie es im Rahmen der Physik notwendig ist – die Existenz von Naturgesetzen voraussetzen. Dann können wir nämlich annehmen, daß aus dem Naturgesetz eine bestimmte Wahrscheinlichkeit folgt („objektive“ Wahrscheinlichkeit) und müssen die Möglichkeit ins Auge fassen, daß die gemessene relative Häufigkeit von dieser objektiven Wahrscheinlichkeit abweicht. Für „Subjektivisten“, welche die Bayessche Regel meistens besonders lieben, ist aber eine solche Formulierung inakzeptabel. – Vgl. auch die Diskussion des Realismus in 6.1.

<sup>28</sup> Vgl. den Mathematisch-Physikalischen Anhang.

<sup>29</sup> Vgl. Stegmüller (1973), Drieschner (1979).



ein solcher Irrtum aber schließlich nicht nachteilig (vgl. den Mathematisch-Physikalischen Anhang).

#### d) Zufallsfolgen

*Was ist zufällig?*

Eine vieldiskutierte Frage will ich schließlich nur noch erwähnen, um sie von unserer Frage nach dem Begriff „Wahrscheinlichkeit“ zu unterscheiden, nämlich: „Was ist zufällig?“ – oder präzisiert: „Wie kann man von einer gegebenen Ereignisfolge feststellen, ob sie zufällig ist?“

*Zufallsfolge*

Mit dieser Frage ist nicht unsere Frage nach dem *Begriff* der Wahrscheinlichkeit gemeint, aber unsere Erklärung kann vielleicht bei der Suche nach einem Kriterium der Zufälligkeit helfen. Die vorausgesagte relative Häufigkeit bezieht sich begrifflich auf das einzelne Ereignis, den begrifflich definierten Versuch; oder auch auf den Inbegriff *aller möglichen* konkreten Versuchsreihen (das „Ensemble“) – beides kommt auf dasselbe heraus; es ist jedenfalls nicht eine *konkrete* Versuchsreihe gemeint<sup>30</sup>. Die Voraussage darf daher weder von der *Reihenfolge* in der konkreten Versuchsreihe noch von der *Anzahl* der Versuche abhängen. Aus einer Zufallsfolge kann man daher nach beliebigen Regeln einzelne Versuche auswählen und zu neuen Folgen zusammenstellen – es werden immer wieder Zufallsfolgen entstehen, für welche dieselbe Voraussage gilt (natürlich nur, wenn die Auswahlregeln nicht vom Versuchsergebnis abhängt).

*Kriterium der Regellosigkeit?*

Diese Einsicht läßt sich zu einem Kriterium der „Zufälligkeit“ ausbauen: Eine Zufallsfolge ist eine Folge von Ergebnissen, in der sich nach keiner *Regel* die Nummern (in der Folge) lauter gleicher Ergebnisse berechnen lassen. – Eine andere, viel schwierigere Frage ist die nach einem *Verfahren*, nach dem man prüfen könnte, ob es eine solche Regel gibt. Man kann zeigen, daß es prinzipiell unmöglich ist, ein Verfahren anzugeben, mit dem man von jeder vorgelegten Folge entscheiden kann, ob sie nach einer Regel gebildet werden kann, die kürzer ist als die Folge selber<sup>31</sup>.

*Monte-Carlo-Methoden*

Es gehört, umgekehrt, zur Hohen Schule der Programmierkunst, Regeln anzugeben, nach denen ein elektronischer Rechner Zahlenfolgen mit gegebener Häufigkeitsverteilung produziert, die wie Zufallsfolgen aussehen, denen man also nicht anmerkt, daß sie eigentlich nach einer Regel hergestellt sind („Monte-Carlo-Methoden“).

### 3.7 Kontinuum

*Jede Messung unterscheidet nur endlich viele Möglichkeiten...*

Wir haben bisher nur jeweils endlich viele Ereignisse  $E_1, \dots, E_n$  unterschieden, wie bei wirklichen Messungen: jede wirkliche Messung, so genau sie auch sein mag, so kompliziert zusammengesetzt, wie man will, hat ja am Ende nur endlich viele Möglichkeiten unterschieden; selbst alle Messungen, die in der Weltgeschichte zu irgendeiner Zeit je ausgeführt sein werden, können zusammengekommen nur endlich viele Möglichkeiten unterscheiden.

*... aber es sind potentiell unendlich viele.*

In den physikalischen Theorien gibt es dagegen meistens unendlich viele mögliche Ergebnisse, mit gutem Grund: Im Prinzip kann

<sup>30</sup> Näheres zur Frage, wovon Wahrscheinlichkeiten ausgesagt werden, vgl. Drieschner (1979).

<sup>31</sup> Vgl. 4.8, sowie Küppers (1986).

man immer noch weitere Möglichkeiten unterscheiden, über die schon entschiedenen hinaus; man kann dafür keine Grenzen von vornherein setzen. Ich habe oben sorgfältig im Futur exakt formuliert: Die zu jeder beliebigen Zeit faktisch *unterschiedenen* Möglichkeiten sind jeweils endlich viele – aber zu jeder beliebigen Zeit kann man auch noch weiter unterscheiden, jedenfalls soweit wir heute wissen. Wir können also keine Zahl von Möglichkeiten von vornherein als die größte angeben; die Zahl aller Möglichkeiten ist – *potentiell* – unendlich. Genau in diesem Sinn definiert Aristoteles das Kontinuum als etwas, das teilbar ist in Teile, die immer wieder geteilt werden *können*.

Wir haben uns, weniger vorsichtig, daran gewöhnt, ein Kontinuum als aus Punkten bestehend anzusehen, etwa den Raum aus allen Punkten, die durch je drei reelle Zahlen zu kennzeichnen sind. Wir können hier auf die Grundlagendiskussion der Mathematik nicht eingehen<sup>32</sup>, sondern wir wollen zwei Stellen betrachten, an denen diese unbekümmerte Auffassung vom Kontinuum in der Physik zu Schwierigkeiten führt. Deren erste betrifft allgemein die Wahrscheinlichkeitstheorie, während die zweite zur Entdeckung der Quantentheorie geführt hat.

Aktuales Kontinuum?

Wir beschreiben z. B. den Zustand eines Massenpunkts als einen Punkt im *Phasenraum*, d. h. in einem sechsdimensionalen reellen Raum, mit den drei Ortskoordinaten und dazu den drei Impulskomponenten<sup>33</sup>. Die Punkte selbst (d.h. Sextupel von reellen Zahlen) als die „eigentlichen“ Zustände einzuführen, scheint notwendig für eine vollständige Beschreibung – wir kommen darauf in 3.13 zu sprechen. Jetzt interessiert uns daran nur, daß die betrachteten Zustände die Punkte eines Kontinuums sind – also eigentlich eine zweifelhafte Konstruktion.

Kontinuum von Zuständen

Wie könnte eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über solche Zustände aussehen? – Man kann endlich viele isolierte Punkte herausgreifen und ihnen ganz gewöhnliche Wahrscheinlichkeiten zuschreiben: ein „diskretes Spektrum“, eine „*Distribution*“. Für die üblichen Symmetriebetrachtungen ist aber dieses Verfahren ungeeignet, denn man kann damit z.B. keine Gleichverteilung über *alle* Zustände definieren. Für unendlich viele Zustände ist das überhaupt nicht in der üblichen Weise möglich, denn dann kann jeder Zustand nur Wahrscheinlichkeit 0 haben. Man kann aber ein *Maß* des Kontinuums benutzen, um darauf eine Wahrscheinlichkeits*dichte* zu definieren<sup>34</sup>. Betrachten wir z.B. Intervalle auf der reellen Geraden. Nehmen wir an, das Intervall zwischen 10 und 20 bilde die möglichen Zustände. Eine mögliche Definition von Gleichwahrscheinlichkeit wäre dann: Die Wahrscheinlichkeit eines Intervalles der Länge  $l$  ist  $1/10$  (Lebesgues-Maß) – aber es sind außer der Gleichverteilung noch viele andere Wahrscheinlichkeitsmaße denkbar, auch mit Distributionen (s.o.) gemischte.

Wahrscheinlichkeitsdichte

<sup>32</sup> Vgl. z. B. Lorenzen (1965), Weizsäcker (1992).

<sup>33</sup> Vgl. unten, 3.10.

<sup>34</sup> Die Wahrscheinlichkeitsdichte ist, mathematisch gesprochen, selbst ein (normiertes) Maß.

Das Problem ist folgendes: Jeder einzelne Punkt im Kontinuum hat – abgesehen von Distributionen – die Wahrscheinlichkeit Null. Vorausgesagte relative Häufigkeit Null heißt aber: Das Ergebnis kommt nicht vor, es ist unmöglich. Man hat also die Wahl zwischen zwei Möglichkeiten: Entweder man nimmt diese Wahrscheinlichkeit als vorausgesagte Häufigkeit ernst und schließt, daß ein Punkt als Zustand *unmöglich* ist; oder man läßt die Punkte als *mögliche* Zustände zu, dann sind „Wahrscheinlichkeit Null“ und „Unmöglichkeit“ verschieden. Physiker neigen i. allg. eher zur ersten Auffassung („Ein Punkt und ein genügend kleines Intervall ist eh’ dasselbe“), obwohl sie damit ihrer eigenen Praxis widersprechen, in der sie die Punkt-Zustände als das „eigentlich Wirkliche“ behandeln; Versuche, es anders zu machen, haben bisher zu den größten Schwierigkeiten geführt. Mathematiker neigen dagegen eher zu der zweiten Ansicht, die ihnen ein Verständnis des starken Gesetzes der großen Zahlen ermöglicht und keine Probleme mit dem Kontinuum nach sich zieht.

*Wahrscheinlichkeit = 0: Unmöglichkeit?*

Ich persönlich sehe einen so überzeugenden Vorteil in der Benutzung von Voraussagen relativer Häufigkeit (3.5), daß ich auf jeden Fall an der Gleichsetzung von Wahrscheinlichkeit Null und Unmöglichkeit festhalten möchte und lieber die Probleme des Kontinuums in Kauf nehme. Mich tröstet dabei, daß dieses Problem mit der Wahrscheinlichkeitsdichte nicht die einzige Stelle ist, an der Schwierigkeiten mit dem Kontinuum auftauchen:

#### *b) Ultraviolett-Katastrophe*

*Freiheitsgrade im Kontinuum*

Das Beispiel der Hohlraumstrahlung – die Entdeckung Max Plancks, daß eine klassische Theorie unmöglich ist – hat schließlich zur Quantenmechanik geführt (vgl. 3.1). Aber das Argument ist sehr allgemein. Für praktisch beliebige physikalische Systeme läßt sich der Gleichverteilungssatz der Energie beweisen, der besagt: Die Gesamtenergie eines Systems ist (im Gleichgewichtszustand) gleichmäßig auf alle seine Freiheitsgrade verteilt. *Freiheitsgrad* ist dabei jeder unabhängige Parameter, von dem die Energie überhaupt abhängen kann.

*Unendliches Energiereservoir?*

Bei einem mechanischen Kontinuum können innere Schwingungen auftreten, die sich in stehende Wellen mit je einer ganzen Zahl von Knoten aufteilen lassen. Zur Amplitude (etwa des Drucks) von Wellen mit beliebig hoher Knotenzahl gehört je ein Freiheitsgrad, d.h. es gibt im Kontinuum unendlich viele Freiheitsgrade. Nach dem Gleichverteilungssatz müßte sich also jede zugeführte Energie gleichmäßig in unendlich viele Teile verteilen, d.h. sie würde vollständig verschwinden; ein mechanisches Kontinuum müßte Temperatur Null haben, oder es könnte unbegrenzt Energie liefern bei gleicher Temperatur. Das gibt es offensichtlich nicht.

Beim *mechanischen* Kontinuum entgeht man dem Problem durch das Atommodell; Boltzmann stellte sich die Atome als „ideal hart und ideal glatt“ vor – also so, daß sie keine innere Schwingungsenergie und keine Rotationsenergie aufnehmen können. Diese Ausweichmöglichkeit gibt es nicht beim *elektrischen Feld*: Nach der Maxwellschen Theorie sind Feldschwingungen beliebig kleiner Wellenlänge möglich. Max Planck hat das gesehen. Sein Verdienst ist zunächst, die Konsequenzen ernst genommen und zu Ende durchdacht zu haben: Die Ultraviolett katastrophe ist in einem von Strahlung erfüllten Hohlraum unvermeidlich! Plancks zweites Verdienst ist allerdings auch die „glücklich erratene Interpolationsformel“, aus der schließlich die Quantenmechanik entstanden ist. Und hier schließt sich der Kreis zur Wahrscheinlichkeitstheorie: Man kann die Einführung dieser Formel als eine Ersetzung von kontinuierlichen Wahrscheinlichkeitsdichten durch Distributionen verstehen.

Die Ultraviolett katastrophe ist „klassisch“ unvermeidlich

Indem die Quantenmechanik in vielen Fällen ein Kontinuum von Möglichkeiten durch ein diskretes Spektrum ersetzt hat, hat sie viele Schwierigkeiten gelöst. Ihre heute noch unlösbaren Schwierigkeiten (etwa die Divergenzen der Feldtheorien) scheinen immer noch mit dem Problem des Kontinuums zusammenzuhängen; aber es bietet sich bisher keine einleuchtende Theorie an, die z.B. das diskrete Massenspektrum der Elementarteilchen abzuleiten gestattet<sup>35</sup>.

Auch heute noch Probleme mit dem Kontinuum!

### 3.8 Thermodynamik und Zeitmodi

Thermodynamik ist ursprünglich die „Wärmelehre“, ausgebaut im 19. Jahrhundert vor allem als Theorie der Dampfmaschinen. Es stellte sich heraus, daß die für Dampfmaschinen gefundenen Gesetze von Energie, Entropie etc. sehr allgemeine Geltung haben, und schließlich fand man<sup>36</sup>, daß die Grundgesetze der Thermodynamik Gesetze der *Statistik* sind – in der Theorie der Dampfmaschinen ist es die Statistik der Gasmoleküle. Daher konnte auch das scheinbar spezielle thermodynamische Problem der „Strahlung des schwarzen Körpers“ zum Ausgangspunkt einer umfassenden neuen Theorie, der Quantenmechanik, werden.

Thermodynamik ist Statistik

#### a) Statistische Thermodynamik

In ihrer statistischen Form ist die Thermodynamik eine allgemeine Theorie von Objekten, deren Zustand nur unvollständig bekannt ist, über die man daher nur Wahrscheinlichkeitsaussagen machen kann. Es liegt also nahe, die Grundlagen der Thermodynamik als Teil der Wahrscheinlichkeitstheorie zu behandeln. Für unsere Diskussion ist besonders der Zusammenhang mit der Struktur von Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft wichtig, der bei der

Statistik – Wahrscheinlichkeit – Zukunft

<sup>35</sup> Vgl. 3.12.

<sup>36</sup> Boltzmann (1898), Gibbs (1902).

Thermodynamik offensichtlich wird, wie wir am Anfang des Kapitels schon angedeutet haben. Die Frage ~~Sich dieser Zusammenhänge~~ wollen wir ~~hier nicht~~ einmal aufnehmen.

Der *Zweite Hauptsatz der Thermodynamik* besagt: „Die Entropie<sup>37</sup> eines abgeschlossenen Systems bleibt gleich oder nimmt zu, sie nimmt aber nie ab.“ Zweiter Hauptsatz

Die Zunahme der Entropie ist ein allgemeines Kennzeichen *irreversibler* Prozesse, wie etwa des Temperatenausgleichs, des Energieverlusts durch Reibung, des Vermischens von Flüssigkeiten etc. Dies ist ein Erfahrungsgesetz der Wärmelehre, der „phänomenologischen Thermodynamik“. In der Statistischen Thermodynamik wird Wärme als unregelmäßige Bewegung der Moleküle gedeutet, die so kompliziert ist, daß man nur sehr pauschale Durchschnittswerte messen kann; die Moleküle – nimmt man an – folgen dabei aber genau den Gesetzen der Mechanik. Es liegt nahe, den Ablauf nach den Gesetzen der Mechanik als den *eigentlichen* Vorgang anzusehen, während die Thermodynamik nur den *subjektiven* Mangel an Wissen des Theoretikers ausdrückt. Da die Mechanik reversibel ist, liegt außerdem der oben zitierte Schluß nahe, den Ablauf der Natur als *eigentlich* reversibel anzusehen, und den unbezweifelbaren Unterschied von Vergangenheit und Zukunft als einen nur subjektiven Eindruck zu verstehen, dessen Ursache gesondert erklärt werden muß.

*Irreversibilität ist das Normale*

Wir haben hier gerade umgekehrt argumentiert, indem wir die Zeitstruktur an die Spitze gestellt haben, als Grundlage schon jeder *Frage* in der Naturwissenschaft (3.4). Die Reversibilität der Fundamentaltheorien wird uns dann zum erklärungsbedürftigen Phänomen, während die irreversible Theorie erwartet werden muß.

*Die Thermodynamik betrachtet Makrozustände ...*

#### *b) Mikro- und Makro-Zustände*

Betrachten wir – damit klarer wird, wovon die Rede ist – das Argument der Statistischen Thermodynamik. Es beruht auf folgender Überlegung: Das Gewimmel der Moleküle in einem Gas können wir im Detail gar nicht beschreiben, dazu wissen wir viel zu wenig. Wie können nur „Pauschalwerte“ angeben, wie etwa die Gesamtenergie, den Druck (als zeitliches Mittel aus vielen Molekülstößen), das Volumen u.ä. Wir unterscheiden mit diesen Pauschalwerten nur sehr grob die *Makrozustände* des Gases. Sei etwa ein Makrozustand des Gases gekennzeichnet durch Temperatur, Druck und Volumen; damit ist noch nicht viel gesagt über den tatsächlichen *Mikrozustand* der Moleküle, wie er durch Ort und Impuls jedes einzelnen Moleküls beschrieben würde. – Jeder Mikrozustand gehört zu einem Makrozustand, die Makrozustände bedeuten eine bestimmte Klasseneinteilung unter den Mikrozuständen.

*..., die verschieden viele Mikrozustände enthalten*

Die Mikrozustände kann man insgesamt mit einer plausiblen Wahrscheinlichkeitsverteilung versehen, etwa „konstante Wahrscheinlichkeitsdichte im Phasenraum“. Die Irreversibilität kommt nun dadurch zustande, daß verschiedene Makrozustände ganz

<sup>37</sup> Entropie ist ein grundlegender Begriff der Thermodynamik, dessen Definition in der „Wärmelehre“ relativ kompliziert ist. In der statistischen Thermodynamik stellt sich heraus, daß Entropie eng mit Wahrscheinlichkeit zusammenhängt; genauer: sie ist ein Mittelwert des Logarithmus der Wahrscheinlichkeit (s. u. 5a).

verschieden viele Mikrozustände enthalten (bzw. verschiedenes Phasenraumvolumen).

Betrachten wir, um das zu sehen, alle Mikrozustände, die zu einem Makrozustand gehören. Jeder Mikrozustand entwickelt sich nach der klassischen Mechanik weiter, und zwar entwickeln sich fast alle Mikrozustände im Makrozustand  $A$  so, daß sie später zum Makrozustand  $B$  gehören, einfach deswegen, weil Makrozustand  $B$  die allermeisten Mikrozustände umfaßt, die von Makrozustand  $A$  aus überhaupt erreichbar sind. Aus demselben Grund entwickeln sich fast alle Mikrozustände von  $B$  weiter in den Makrozustand  $C$ , der wiederum viel „größer“ ist als  $B$ , etc.; und so geht die („irreversible“) Entwicklung weiter, bis der größte Makrozustand erreicht ist, der die Mehrzahl *aller* möglichen Mikrozustände umfaßt: Das ist der *Gleichgewichts-* (Makro-) Zustand. Die *Entropie* eines Makrozustands gibt seine Größe an, sie ist der Logarithmus der Zahl der Mikrozustände (oder eines Maßes dafür) in einem Makrozustand. Kein Wunder also, daß die Entropie nur zunehmen kann.

Soweit ist die Sache eigentlich ganz einfach. Sie wird nur kompliziert für jemanden, der die Wahrscheinlichkeit nicht als vorausgesagte relative Häufigkeit verstehen will, weil „Voraussage“ doch etwas so abscheulich Subjektives sei, sondern als mittlere relative Häufigkeit, gemittelt über alle konkret vorhandenen Moleküle („Scharmittel“), oder über alle Zustände, die ein Molekül mit der Zeit durchläuft („Zeitmittel“), oder auch gemittelt über mehrere *gedachte* Gesamtsysteme, unter deren Mikrozuständen alle möglichen mit der richtigen relativen Häufigkeit vorkommen („Ensemble“ = „Gesamtheit“). Dann kommt aber die Frage auf, ob Zeitmittel und Scharmittel eigentlich gleich seien, und als positive Antwort darauf die *Ergodenhypothese*, die lautet, daß *jedes* Molekül jeden erreichbaren Mikrozustand mit derjenigen Häufigkeit durchläuft<sup>38</sup>, die seiner Wahrscheinlichkeit entspricht. Aus diesen Überlegungen hat sich eine ganze mathematische Disziplin entwickelt, die Ergodentheorie, die allerdings auch unabhängig von den ursprünglichen Pseudoproblemen schön ist. Die genannte „Ensemble“-Theorie von Gibbs<sup>39</sup> benötigt begrifflich keine Ergodenhypothese. Sie ist in Wirklichkeit eine elegante Formulierung derselben Struktur, die wir mit Wahrscheinlichkeiten dargestellt haben; sie ist in unsere Interpretation übersetzbar, wenn man nur an die Stelle der „gedachten“, etwas phantomhaften Systeme die *möglichen* Systeme setzt, von denen man die vorausgesagte relative Häufigkeit kennt, vorausgesetzt für den Fall einer Nachprüfung.

Die Irreversibilität kommt in die Theorie herein, trotz Reversibilität der Molekül-Mechanik, durch die Tatsache, daß wir hier *Voraussagen* machen: „Der spätere Makrozustand wird wahrscheinlich einer mit mehr Mikrozuständen (höhere Entropie) sein.“ Über die Vergangenheit kann man das nicht sagen, da

Grund für die Irreversibilität

Ensembles nach Gibbs

Voraussagen, nicht Nachhersagen – daher die Irreversibilität

<sup>38</sup> bzw., im Kontinuum, nahe an ihm vorbeiläuft.

<sup>39</sup> Gibbs 1902.

sind Wahrscheinlichkeitsaussagen ohnehin nur möglich, wenn man etwas über die noch fernere Vergangenheit weiß. Allenfalls im Gleichgewicht gilt derselbe Schluß auch umgekehrt<sup>40</sup>: Dann ist am wahrscheinlichsten auch der vorangegangene Zustand einer mit höherer Entropie gewesen. Das läßt sich mit der „thermodynamischen Wahrscheinlichkeit“ eines Makrozustandes errechnen; diese Wahrscheinlichkeit ist proportional der Anzahl der Mikrozustände in einem Makrozustand. Hier ist aber Vorsicht geboten: Die thermodynamische „Wahrscheinlichkeit“ ist eine gute Voraussage relativer Häufigkeit nur dann, wenn die Mikrozustände *gleichwahrscheinlich* sind; und das ist nur im Gleichgewicht der Fall. Im Gleichgewicht entsteht aber auch keine Asymmetrie zwischen Vergangenheit und Zukunft: Ein vom Gleichgewicht abweichender Makrozustand ist am wahrscheinlichsten das Extremum einer Schwankung, unsere ganze Argumentation trifft hier nicht zu. Interessant ist also für unsere Diskussion nur der Fall, daß (realistische) Wahrscheinlichkeit und „thermodynamische Wahrscheinlichkeit“ verschieden sind!

Für den üblichen Fall *kontinuierlicher* Zustandsmannigfaltigkeiten ist unsere Ausdrucksweise oben eigentlich falsch, sie müßte subtiler sein; das würde aber für das prinzipielle Argument nichts Neues bringen.

Ehrenfest'sches *Kugelspiel*

Anschaulich kann man die prinzipiellen Fragen an dem *Kugelspiel-Modell* von P. und T. Ehrenfest<sup>41</sup> erläutern, das diskrete Zustände und diskrete Zeitschritte verwendet, sonst aber alle Eigenschaften einer Thermodynamik aufweist. –

c) *Die Lösung: Wahrscheinlichkeit als Voraussage*

Woher der „Zeitpfeil“?

Einem unvoreingenommenen Leser gibt die vorstehende Erklärung vielleicht nur den Eindruck, daß die erörterten Probleme kompliziert sind. Tatsächlich werden diese Probleme seit langem – mit wechselndem Erfolg – intensiv diskutiert, und es kann wohl niemand erwarten, auf wenigen Seiten in den Stand der Diskussionen eingeführt zu werden<sup>42</sup>. Für das Verständnis des Weiteren genügt es, festzuhalten: Faßt man die Wahrscheinlichkeit konsequent als vorausgesagte relative Häufigkeit auf, dann werden einige Grundlagenprobleme der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Thermodynamik übersichtlicher. Insbesondere kommt man von der unseligen Frage los, „wie der subjektive Zeitpfeil aus der an sich zeitsymmetrischen Wirklichkeit zu erklären sei“.

Diese Vorbereitung wird uns das Verständnis der Quantenmechanik als besonderer Wahrscheinlichkeitstheorie erschließen helfen. Zuvor wollen wir jedoch eine Analyse des physikalischen Objektbegriffs unternehmen.

<sup>40</sup> Im Gleichgewicht kann ein Zustand, der nicht *der* Gleichgewichtszustand ist, nur durch eine zufällige Schwankung auftreten.

<sup>41</sup> Ehrenfest (1906). Vgl. den Mathematisch-Physikalischen Anhang.

<sup>42</sup> Vgl. z. B. Weizsäcker (1939), Grünbaum (1967), Stegmüller (1969), Drieschner (1979).

### 3.9 Idealisierung<sup>43</sup>

Die übliche Vorstellung besagt, daß die Physik die Wirklichkeit um uns, die Dinge so beschreibt, wie sie an sich selbst sind. Wir haben schon oben (1.4) Zweifel an dieser naiven Auffassung formuliert. Die nächsten Abschnitte sollen unsere Vorstellungen von den Objekten der Physik (auch „physikalische Systeme“ genannt) stärker präzisieren.

Die Wirklichkeit, die uns umgibt, ist für eine vollständige Beschreibung zu kompliziert. Eine Möglichkeit, ihre Komplexität zu reduzieren, ist die Zurückführung auf einfache Bestandteile – etwa die Atome Demokrits und Leukipps. Der Gedanke findet eine moderne Durchführung in der Theorie der Elementarteilchen. Allerdings löst, wie wir oben (1.7) gesehen haben, die moderne Physik den Begriff der Zusammensetzung aus Teilchen auf – ich will das nicht wiederholen. In ganz abstrakter Form werden wir unten (3.12) den Gedanken der Zusammensetzung aus einfachen Teilen wieder aufgreifen.

Genaugenommen ist es nicht die „Wirklichkeit“, die physikalisch betrachtet wird, sondern jede physikalische Theorie behandelt idealisierte physikalische *Objekte*. Und zwar sind sie in zwei Beziehungen idealisiert:

1. Das Heraustrennen einzelner Dinge oder Objekte aus der Gesamtheit der Wirklichkeit ist eine Idealisierung, die nie genau stimmt; denn in Wirklichkeit hängt alles mit allem zusammen.
2. An jedem Ding betrachtet die Physik nur wenige Eigenschaften, die „physikalisch relevanten“; darauf kommen wir im nächsten Abschnitt zurück.

Man kann die Idealisierung, die so eingeführt wird – und ohne die keine Physik möglich wäre –, an den bisher betrachteten Theorien zeigen: Genaugenommen hängt z. B. die Bewegung der Erde unter anderem davon ab, wo sich gerade ein Planet in einer fernen Galaxie befindet, und umgekehrt wird dessen Bewegung von der der Erde abhängen – noch genauer genommen sogar von der Bewegung meiner Feder auf dem Papier. Wenn man streng vorgehen wollte, müßte man also – auch *innerhalb* der physikalischen Theorie der Gravitation – immer das Ganze behandeln, die Welt insgesamt mit allen Details; und das ist natürlich unmöglich. Das ist aber nicht nur praktisch unmöglich, sondern der Gedanke einer exakten Beschreibung der Welt als ganzer setzt voraus, daß es eine solche „Welt als ganze“ gibt, als gigantische „an sich“ ablaufende Maschine – eine Voraussetzung, die, wie wir sehen werden, der Quantenmechanik widerspricht. Unabhängig von der Quantenmechanik kann man sich überlegen, daß die Welt strenggenommen als ganze nicht Objekt sein kann, denn *für wen* wäre sie dann Objekt? Es muß ja außer irgendeinem Objekt immer den Beobachter geben, der die vorausgesagten Meßwerte registriert, der das Objekt beschreibt. Die Welt, in Strenge als ganze genommen, wäre *für niemanden* Objekt. – Zudem können wir nur Erfahrung machen in Begriffen; und ein Begriff ist seinem Wesen nach mehrmals anwendbar. Wenn wir also ausschließlich die Welt als ganze be-

Physikalischer Objektbegriff

„Objekte“ idealisieren!

Die Welt als Ganze kann nicht Objekt sein

<sup>43</sup> Vgl. auch Hüttemann (1997); dazu Drieschner (1999).



schreiben wollten, die prinzipiell einmalig ist, gäbe es keine Begriffe – das heißt, es wäre überhaupt nichts beschreibbar für uns „endliche“ Wesen, die auf Begriffe angewiesen sind (vgl. auch oben 2.10: Kosmologie).

*Im Fundament der Physik liegt  
Näherung!*

Ob nun aus praktischen oder prinzipiellen Gründen: wir müssen einzelne Objekte aus der Welt herausschneiden, das heißt, im Fundament jeder Physik liegt von vornherein eine *Näherung*. Behalten wir das im Auge für die spätere Diskussion des Meßprozesses!

*Objekte in Näherungsstufen*

Jede Näherung läßt sich verbessern. Beim Objektbegriff geht das in Stufen vor sich, die sich nach folgendem Schema einteilen lassen:

- a) *Freies Objekt*: Ein Objekt wird aus der Umgebung herausgetrennt und ganz unabhängig von besonderen Eigenschaften der Umgebung betrachtet. – Wir haben schon gesehen, daß das Vorhandensein einer Umgebung allgemein vorausgesetzt werden muß, damit überhaupt die Zustände des Objekts definiert sind (Machsches Prinzip, 2.8). Beim freien Objekt ist der Einfluß der Umgebung auf alle Zustände *gleich* – etwa im Raum an allen Orten und bei allen Impulsen. Das freie Objekt hat also die größte mögliche Symmetrie. – Wir kommen auf diesen Zusammenhang für abstrakte Objekte im Abschnitt 3.10 zurück.
- b) *Objekte im äußeren Feld*: In diesem Näherungsschritt wird der Einfluß der Umwelt auf das Objekt betrachtet, je nach Zustand des Objekts. Dabei wird aber *nicht* berücksichtigt, wie der Zustand der Umwelt umgekehrt vom Zustand des Objekts abhängt. Allerdings kann der Zustand der Umwelt zeitlich veränderlich sein: Ein Beispiel ist die Bewegung eines Elektrons in einem *veränderlichen* Magnetfeld. Der Einfluß *des Elektrons* auf dieses Feld ist aber gering und wird bei der Beschreibung des Elektrons „im äußeren Feld“ nicht beachtet.
- c) *Wechselwirkung*: In vielen Fällen wird aber der Einfluß des Objekts (X) auf die Umwelt wichtig. Dann kann man einen Teil (Y) der bisherigen Umwelt (der vom Objekt X beeinflusst wird) herauslösen und mit dem bisherigen Objekt (X) zu einem neuen Objekt (X&Y) zusammenfügen. Man nennt die neue Beschreibung die „Wechselwirkung der (Teil-) Objekte X und Y“. – Zum Beispiel kann man die Bewegung des Mondes (X) im „äußeren Feld“ der Erdgravitation beschreiben, aber man kann auch genauer die Wechselwirkung von Erde (Y) und Mond (X) betrachten, nämlich ihre Bewegung (X&Y) um den gemeinsamen Schwerpunkt. – Das neue Objekt (X&Y) kann man nun wieder als frei behandeln, oder im äußeren Feld, oder wieder in Wechselwirkung mit einem weiteren Teil der Umwelt; im Beispiel wäre das: Erde & Mond im „äußeren“ Feld der Sonne (Fall b), oder bei Mitbewegung der Sonne („Wechselwirkung“, Fall c), etc. Beliebige weitere Näherungsstufen sind denkbar.

So kann man also, wenn man zunächst Objekte isoliert hat, die Annäherung an die wirklichen Verhältnisse schrittweise verbessern, bis man an die Grenze der praktischen Durchführbarkeit kommt.

Bei der Beurteilung dieser Grenze wird nun auch der andere Teil der Idealisierung wichtig, die Tatsache, daß man nur wenige Eigenschaften eines Dings herausgegriffen hat für die Behandlung in der physikalischen Theorie.

### 3.10 Abstrakter Objektbegriff

Selbst wenn wir annehmen, daß wir mit gutem Erfolg einzelne Dinge in der Welt isolieren können, so hat doch jedes *Ding* eine unerschöpfliche Fülle von Eigenschaften. Dagegen sind die *Objekte* physikalischer Theorien ausgesprochen arm; sie müssen es sein, damit die Theorie überhaupt brauchbar ist. Betrachten wir einige Beispiele: Ein ganz einfaches Objekt ist der Massenpunkt der Klassischen Mechanik. Er hat Ort, Geschwindigkeit (Impuls) und (als einzige unveränderliche Eigenschaft) Masse; dazu hat er weitere Eigenschaften, die sich aus diesen errechnen lassen (Impuls, Energie u.ä.).

An diesem Beispiel können wir schon eine wichtige Unterscheidung für unsere Diskussion des Objektbegriffes zeigen, die Unterscheidung zwischen solchen Eigenschaften eines Objekts, die sich ändern („kontingente“ Eigenschaften<sup>44</sup>), und solchen, die das Objekt ein für allemal hat. Die letzteren bestimmen, wie sich speziell dieses Objekt im äußeren Feld bzw. in Wechselwirkung verhält, gemäß der Theorie<sup>45</sup>, die kontingenten Eigenschaften kennzeichnen dagegen seinen augenblicklichen Zustand. – Der augenblickliche Zustand eines Massenpunkts ist z.B. durch seinen Ort und seinen Impuls vollständig gekennzeichnet.

Wir können nach dem „Wesen“ solcher Objekte fragen, etwa „Was ist der Massenpunkt selber?“ – Im Rahmen die Physik können wir nur antworten: Er ist diejenige Idealisierung wirklicher Körper – z.B. von Planeten oder Äpfeln oder Molekülen –, die gerade dadurch gekennzeichnet ist, daß nur Ort und Impuls (6 reelle Zahlen) als unabhängige kontingente Größen vorkommen. Der Massenpunkt ist also dasjenige Objekt, dessen augenblicklicher Zustand durch Ort und Impuls vollständig gekennzeichnet werden kann. Das ist die *Definition* des Begriffes Massenpunkt: Sein physikalischen „Wesen“ ist durch seine möglichen (kontingenten) Eigenschaften bestimmt.

In vielen Fällen ist der Massenpunkt eine gute Näherungsbeschreibung für ein wirkliches Ding (z.B. bei Planeten), aber in anderen Fällen muß man genauer beschreiben, etwa indem man die *Lage* des Körpers und seinen *Drehimpuls* zusätzlich angibt. Ein solches Objekt, dessen augenblicklicher Zustand außer durch Ort und Impuls zusätzlich durch Lage und Drehimpuls (insgesamt 12 reelle Zahlen) gekennzeichnet ist, heißt ein *starrer Körper*. Zu den genannten kontingenten Eigenschaften des starren Körpers kommen noch die unveränderlichen Eigenschaften wie Masse, 3 Trägheitsmomente und die Gestalt der Oberfläche, welche die möglichen Orte beschränkt (Undurchdringlichkeit

Ding – Objekt

kontingente Eigenschaften

Objekt = mögliche kontingente Eigenschaften

Massenpunkt, starrer Körper

<sup>44</sup> nach Scheibe (1964), Weizsäcker (1971).

<sup>45</sup> Vgl. die Diskussion der schweren und trägen Masse und der Ladung in 2.7.

der Körper). – Als Starre Körper wird man Teile von Maschinen beschreiben, oder Kreisel u.ä.

#### *Deformierbare Körper*

Gerade bei Maschinenteilen ist es oft wichtig, auch Schwingungen zu betrachten. Man muß diese Teile dann als *deformierbare Körper* behandeln; zu deren kontingenten Eigenschaften gehören, zusätzlich zu den Eigenschaften des Starren Körpers, Auslenkungen aus der Ruheform und die zugehörigen Geschwindigkeiten.

#### *Zusammensetzungen*

Natürlich betrachtet man gewöhnlich Systeme von mehreren solchen Körpern, also z.B. ein Planetensystem von 8 Massenpunkten, kontingent gekennzeichnet durch  $8 \times 6$  reelle Zahlen, oder einen Mechanismus aus mehreren starren Körpern.

#### *mechanisches Kontinuum, thermodynamisches System*

Schließlich kann man ein *mechanisches Kontinuum* betrachten, etwa eine Flüssigkeit, deren Zustand u. a. durch Dichte und Impulsdichtheit ihre besonderen Objekte, deren Zustand etwa durch Volumen, Temperatur und Druck gekennzeichnet ist (3.8b): Jede Theorie hat ihre eigenen Objekte.

#### *bewährte Kombinationen*

In jedem Fall ist das Objekt, das in einer Theorie vorkommt, definiert durch die kontingenten Eigenschaften (Größen), deren Angabe zur Kennzeichnung seines augenblicklichen Zustandes notwendig ist. Dabei haben sich bestimmte Kombinationen von Größen offenbar so bewährt, daß sie eigene Namen bekommen haben (Massenpunkt, Starrer Körper etc.), andere Kombinationen kommen überhaupt nicht vor. Was ist das Kriterium? Wir wollen die Antwort als *Definition des Objektbegriffs* fassen:

#### *Definition des Objektbegriffs*

*Ein Objekt ist eine Zusammenfassung von kontingenten Größen, deren gegenwärtige Werte gemeinsam Voraussagen über eben diese Größen für die Zukunft gestatten.*

#### *einfachstes Beispiel: Massenpunkt*

Wie ist das z. B. beim Massenpunkt? Um künftige Orte voraussagen, muß man die Geschwindigkeit wissen; sie ist mit dem Impuls gegeben. Der *Impuls* ist beim freien Objekt konstant, ansonsten ist seine Änderung durch die jeweils wirkende Kraft gegeben – und diese hängt häufig nur vom Ort ab, oder von Ort und Impuls. Ort und Impuls zusammen ermöglichen also oft sehr genaue Voraussagen des zukünftigen Ortes und Impulses; der Massenpunkt erfüllt tatsächlich unsere Definition des Objekts, jedenfalls näherungsweise – und Näherung liegt ja im Fundament des Objektbegriffes.

#### *Voraussage als Schlüsselbegriff*

Entsprechendes gilt von allen Objekten physikalischer Theorien. Man wird ein wirkliches Ding beschreiben als ein solches Objekt, das in guter Näherung Voraussagen gestattet. Wir finden also wieder „Voraussage“ als Schlüsselbegriff zum Verständnis von Physik.

#### *Feldbegriff*

Der so definierte Objektbegriff umfaßt auch den Begriff des *Feldes*, der im 19. Jahrhundert große Schwierigkeiten gemacht hat. Wie kommt man etwa zum Begriff des elektromagnetischen Feldes? – Man betrachtet als Objekte zunächst z. B. Punktladungen (d. h. Massenpunkte, die zusätzlich eine elektrische Ladung tragen), stromdurchflossene Leiter u.ä. in ihrer gegenseitigen Wirkung. Die Wirkung eines solchen Objekts auf andere Objekte an allen möglichen Orten kann man zusammenfassen als ein Kraftfeld, ähnlich, wie wir es oben (2.9) beim Gravitationsfeld gesehen haben: Die Wirkung Z.B. einer stromdurchflossenen Spule auf kleine geladene Teilchen läßt sich durch Zahlen darstellen, die nur vom Ort des Teilchens (im Verhältnis zur Spule) abhängen, d.h.

durch eine (Tensor-)Funktion des Orts. Die *Kraft*, welche die Spule auf ein bestimmtes Teilchen ausübt, läßt sich aus dieser Funktion, zusammen mit Eigenschaften des Teilchens (hier: Ladung und Geschwindigkeit) errechnen. Diese Funktion des Orts heißt das elektromagnetische Feld; mit seiner Hilfe läßt sich die ganze Fülle der elektromagnetischen Wirkungen beschreiben.

Das Kraftfeld ist zunächst eine vereinheitlichende Hilfskonstruktion für die Kräfte zwischen Körpern. Ein Eigenleben erhält das Feld dadurch, daß eine Änderung des „wirkenden“ Objekts, welches das Feld erzeugt, – z.B. eine Bewegung – an anderen Orten erst nach einiger Zeit bemerkbar wird<sup>46</sup>. Man kann die Wirkung der Änderung beschreiben als eine sich nach allen Seiten ausbreitende „Störung“ des Feldes, so wie die Welle, die in einem stillen Teich von einem hineingeworfenen Stein erzeugt wird. Das Feld erhält dadurch eine eigene Dynamik. Bei Wasserwellen kann man das Wellenfeld als eine Zusammenfassung von kontingenten Eigenschaften des Wassers ansehen. Bei den elektromagnetischen Wellen entsteht die begriffliche Schwierigkeit vor allem dadurch, daß sie sich auch im Vakuum ausbreiten können, ohne einen materiellen Träger, also anders als Wellen auf der Wasseroberfläche oder Schall in Luft. Dem elektromagnetischen Feld muß man also noch „unabhängigere“ Eigenschaften zuschreiben, fast wie einem eigenen Stoff, während es andererseits nicht möglich ist, die Eigenschaften eines solchen Stoffs (des „Äthers“) vernünftig zu definieren (vgl. 2.1).

Feld als Objekt

Gemäß unserer abstrakten Objektdefinition fällt das elektromagnetische Feld allerdings unter den Begriff des Objekts: Die 6 Feldgrößen an jedem Ort kennzeichnen den augenblicklichen Zustand des Feldes. Diese Größen sind aber zusammen auch geeignet, Voraussagen über eben diese Größen zu machen, nämlich gemäß den Maxwellschen Gleichungen:

Feldgleichungen

$$\dot{\mathbf{D}} = \text{rot } \mathbf{H};$$

$$\dot{\mathbf{B}} = -\text{div } \mathbf{E}$$

(wobei  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$  das elektrische,  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$  das magnetische Feld darstellt, mit den (nichtkontingenten) Konstanten  $\epsilon$  und  $\mu$ ).

Man sieht: Die *zeitliche* Änderung (durch den Punkt über dem Buchstaben bezeichnet) des elektrischen Feldes hängt von der *räumlichen* Verschiedenheit („*rot*“) des magnetischen Feldes ab, und umgekehrt die des magnetischen von der räumlichen Verschiedenheit („*div*“) des elektrischen Feldes; zusammen erlauben diese kontingenten Größen Voraussagen, sie charakterisieren ein Objekt. In unsere abstrakte Objektdefinition passen Felder also ebensogut wie Massenpunkte.

Diese Abstraktionsstufe des Objektbegriffs müssen wir uns vor Augen halten,

quantenmechanisches Objekt

<sup>46</sup> „Endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit“, vgl. 2.1.

wenn wir die quantenmechanischen Objekte betrachten: Ein Elektron ist nicht einem kleinen Stecknadelkopf vergleichbar. Wir erfahren vom Elektron nur durch aufwendige Apparaturen, die es relativ „indirekt“ zeigen: Das Zählrohr schaltet durch, in der Nebelkammer erscheint eine Reihe von Tröpfchen, bzw. in der Blasenkammer Bläschen, in der Funkenkammer Funken, in der Fotoemulsion Silberkörner. Wir sagen, daß solche Effekte den *Ort eines Elektrons* – oder eines anderen Teilchens – anzeigen, und ordnen zwischen der Teilchenquelle und diesen Nachweisgeräten verschiedene Apparate an, welche die Teilchen beim „Durchfliegen“ beeinflussen; insofern ist also die Vorstellung eines fliegenden Stecknadelkopfes nicht abwegig. Wenn wir aber die Unbestimmtheitsrelation ernst nehmen, können wir nicht so denken: Da das Elektron nie Ort und Impuls zugleich hat, kann es auch keine Bahn haben. Auf das quantenmechanische Objekt paßt nur noch die abstrakte Objektdefinition: Aus dem Zustand zu einer Zeit läßt sich der Zustand für andere Zeiten voraussagen, und das heißt, es lassen sich Wahrscheinlichkeiten für mögliche Messungen angeben. Ein *Ding*, dessen Idealisierung das Objekt wäre, läßt sich beim Elektron ebensowenig angeben wie beim elektromagnetischen Feld. – Übrigens ist beim quantenmechanischen Massenpunkt Ort und Impuls enger verbunden als beim klassischen: Im Zustandsraum aller möglichen Orte sind alle möglichen Impulse schon „automatisch“ mit enthalten (vgl. 3.13b).

### 3.11 Physik a priori

Kants Programm heute

Stellen wir noch einmal die Frage nach der *Begründung* von Physik: Erfahrung kann, wie Hume und Popper<sup>47</sup> uns lehren, die Geltung physikalischer Gesetze nicht begründen. Kant erwägt statt dessen eine *transzendente* Begründung: Wir können der Geltung eines Naturgesetzes a priori, vor jeder speziellen Erfahrung, gewiß sein, wenn wir einsehen, daß *Erfahrung überhaupt* nicht möglich wäre, wenn dieses Gesetz nicht gälte (vgl. 1.5). C.F.v.Weizsäcker hat das Kantsche Programm auf die moderne Naturwissenschaft übertragen<sup>48</sup>, die dafür bessere Möglichkeiten zu bieten scheint als die Physik zur Zeit Kants. Die Physik hat heute, trotz der ungeheuer vielfältigen Verzweigung in Spezialwissenschaften und Anwendungen, *begrifflich* eine starke Einheit erlangt. Die Quantenmechanik ist die allgemeine Theorie beliebiger Objekte, aus ihr sind im Prinzip alle anderen physikalischen Theorien ableitbar (einschließlich der Chemie), wenn man die Eigenschaften der Elementarteilchen und ihrer Wechselwirkungen voraussetzt. Diese Eigenschaften sind bisher nicht aus einer einheitlichen Theorie ableitbar, aber es ist durchaus denkbar, daß eine solche einheitliche Theorie in absehbarer Zeit gefunden wird.

Fünf Zweige der  
Naturwissenschaft

Wie eine endgültige einheitliche Physik aussehen wird, weiß man natürlich nicht vorher. Wahrscheinlich wird sie mehrere bisher getrennte theoretische

<sup>47</sup> D. Hume (1777), essay 4; K. Popper (1935), §1.

<sup>48</sup> Z. B. Weizsäcker (1971, 1985, 1992).

Gebiete vereinigen müssen, etwa Quantenmechanik und Relativitätstheorie. Bisher stellt sich die Naturwissenschaft in folgenden fünf großen Zweigen dar:

1. *Quantenmechanik*: Eine allgemeine Theorie beliebiger Objekte (vgl. unten).
2. *Thermodynamik*: Beschreibung realer Objekte unter Bedingungen der Näherung (vgl. 3.8).
3. *Relativitätstheorie*: Theorie von Raum und Zeit (Kap. 2).
4. *Elementarteilchentheorie*: Die bisher unbekannte Theorie der möglichen Arten von Objekten (vgl. 3.13).
5. *Kosmologie*: Beschreibung der Gesamtheit der wirklichen Objekte und Wechselwirkungen (vgl. 2.10).

Zwischen diesen Teilen der Naturwissenschaft bestehen mannigfache Verbindungen, die wir z.T. schon angedeutet haben<sup>49</sup>. Wir wollen im nächsten Abschnitt einen Versuch vorstellen, die fünf Teile in einer sehr abstrakten Fundamentaltheorie zu vereinigen.

Schon die Aufzählung der Teile mit den kurzen Erklärungen zeigt eine große Allgemeinheit, die dem Gedanken einer transzendentalen Begründung sehr entgegenkommt: Es ist nicht von speziellen Erfahrungsbereichen die Rede, wie etwa „Mechanik, Akustik, Wärmelehre...“ oder auch „Makrophysik – Mikrophysik“, sondern nur von Objekten in Raum und Zeit. Wir haben auf der anderen Seite analysiert, was Naturwissenschaft überhaupt sein kann, und haben gefunden: Eine Theorie für Voraussagen über empirisch entscheidbare Alternativen<sup>50</sup>. Der Objektbegriff hat sich dabei als abgeleitet erwiesen aus der Forderung von Voraussagen, die Zeit erschien als fundamental für Erfahrung überhaupt, und der Raum läßt sich auf dieser Abstraktionsstufe verstehen als der „Parameter der Wechselwirkung“ (vgl. unten 3.12). Setzen wir diese Teile zur Skizze einer möglichen transzendentalen Begründung von Physik zusammen!

Fragen wir also: Was sind Bedingungen der Möglichkeit von Erfahrungen überhaupt? Um auch nur die Chance zu bekommen, die Frage präzise zu beantworten, präzisieren wir „Erfahrung“ als *naturwissenschaftliche Erfahrung*.

Wenn das eine Einschränkung der ursprünglichen Frage ist, verändern wir damit freilich den Sinn des transzendentalen Arguments; denn dafür war es ja entscheidend, Bedingungen der Möglichkeit von *Erfahrung überhaupt* aufzusuchen. Das Argument ist nur zwingend, wenn wir sagen können: „Erfahrung wäre *überhaupt* nicht möglich, wenn nicht...“ Nun scheint mir aber, daß eigentlich durch die Präzisierung auf Naturwissenschaft die *Erfahrung überhaupt* nicht eingeschränkt wird. Denn was bedeutet hier Erfahrung?<sup>51</sup> Gemeint ist die offenbare Tatsache, daß wir uns in der Welt zurechtfinden, indem wir das in der Vergangenheit *Bewährte* verwenden, das wir teils individuell gelernt haben, aus

Einheit in einer Fundamentaltheorie

abstrakte und allgemeine Beschreibung

Bedingungen der Möglichkeit von Erfahrung

Erfahrung, präzisiert, ist Naturwissenschaft

<sup>49</sup> Vgl. Weizsäcker (1985), Kapitel 6.

<sup>50</sup> Vgl. Glossar.

<sup>51</sup> Vgl. Drieschner (1997).

eigener Erfahrung und Tradition, teils angeboren übernommen aus der Anpassung der Spezies; dazu gehört vor allem die Begriffsbildung. Wenn wir dieses „Sich-zurecht-finden“ präzisieren, kommen wir aber genau auf den Begriff von Naturwissenschaft, den wir oben angeführt haben: Aus Erfahrung etwas wissen bedeutet voraussagen können, und zwar aufgrund von Begriffen und Gesetzen, die in allen Veränderungen dieselben bleiben. – Das hat wohl auch Kant gemeint in seinen Kategorien *Kausalität*: Voraussage aufgrund der Gegenwart, und *Substanz*: Das Bleibende durch alle Veränderung. Bei Kant übrigens werden die allgemeinen Erörterungen über „Erfahrung überhaupt“ sehr bald präzisiert in physikalischen Gesetzen, genauer: in der Newtonschen Mechanik. – In dieser, aus unserer Sicht relativ speziellen Theorie ist der Bruch in der Argumentation denn auch besonders zu spüren.

### *Die allgemeinste Theorie*

Wir präzisieren also die Bedingungen der Möglichkeit von Erfahrung überhaupt als die Bedingungen der Möglichkeit einer Theorie für Voraussagen über empirisch entscheidbare Alternativen. Wir haben einige dieser Bedingungen schon analysiert: Die allgemeinste mögliche derartige Theorie wird Wahrscheinlichkeiten für das Resultat von Messungen an Objekten angeben müssen. Die Quantenmechanik ist eine solche Theorie. Ist sie die allgemeinste mögliche? Ich habe diese Frage an anderer Stelle<sup>52</sup> ausführlich erörtert; es sieht so aus, als ob tatsächlich die Quantenmechanik die allgemeinste Theorie dieser Art sei, als ob also die Quantenmechanik eine a priori gewisse physikalische Theorie sei<sup>53</sup>. Das ist allerdings bisher nicht ganz durchsichtig. Wir kommen in 3.13 auf die Struktur der Quantenmechanik zurück.

### *Hilbert-Raum + Symmetrien!*

Was hier als Quantenmechanik bezeichnet wurde, ist eigentlich nur ihre „Hilbertraumstruktur“, das heißt die allgemeine Struktur der Wahrscheinlichkeitsbeziehungen der möglichen Voraussagen untereinander. Diese Struktur ist sehr reich, aber sie enthält noch nichts über spezielle Objekte, ihre Eigenschaften und Wechselwirkungen, und nichts über den Raum. Ist vielleicht auch das alles a priori festgelegt, so daß der Raum nicht anders sein kann als dreidimensional, daß die Masse des Protons nicht anders sein kann als 1836 Elektronenmassen? Letzteres wird, nach der Hoffnung der Theoretiker, aus einer allgemeinen Theorie der Elementarteilchen folgen, die nichts voraussetzt als die Poincaré-Invarianz der Speziellen Relativitätstheorie und evtl. weitere sehr abstrakte Symmetrien. – Nach diesem Prinzip ist etwa die Heisenbergsche *Nichtlineare Spinortheorie* („Weltformel“) aufgebaut, ähnlich abstrakt geht die Eichtheorie der Quantenfelder vor. Solche Symmetrieprinzipien sind so allgemein, daß man hoffen kann, sie als Bedingungen der Möglichkeit von Erfahrung überhaupt zu verstehen.

<sup>52</sup> Drieschner (1979).

<sup>53</sup> Damit ist, wie immer, der systematische Begründungszusammenhang gemeint; es wird nicht behauptet, daß die Theorie jemandem am Schreibtisch hätte einfallen können. Tatsächlich ist ja die Quantenmechanik in einem schmerzlichen Prozeß aus empirischen Befunden entwickelt worden (3.1), und es konnte vielleicht gar nicht anders sein. Zudem gilt das, was wir an den Rand aller unserer Texte schreiben müssen: „Irrtum Vorbehalten!“ (vgl. 6.1).

### 3.12 Raum und Wechselwirkung

Die Poincaré-Symmetrie der Speziellen Relativitätstheorie ist eine Symmetrie in Raum- und Zeitkoordinaten. Die besondere Rolle der Zeit bei der Grundlegung von Naturwissenschaft haben wir erwähnt. Was aber ist der Raum, im Rahmen unserer abstrakten Erörterung?<sup>54</sup>

Die physikalischen Theorien beschreiben ihre Objekte „im Raum“: Beim Massenpunkt ist der *Ort* eine kontingente Eigenschaft, beim Feld sind die kontingenten Eigenschaften (z.B. die Feldstärke) *an* einem Ort. Was ein Ort ist, das wird durch die entsprechenden Meßvorschriften definiert, durch „äußere Semantik“. In allen Theorien ergibt es sich, daß die *Wechselwirkung* zwischen Objekten gerade von ihrem räumlichen Verhältnis zueinander abhängt: Vor allem vom Abstand, evtl. auch von der räumlichen Orientierung (z.B. bei einem Dipol).

Es gibt also einerseits den Raum, und andererseits zeigt es sich, daß „zufällig“ die Wechselwirkung gerade vom Raum abhängt. Solch ein „Zufall“ zeigt einen verborgenen Zusammenhang: Ist nicht vielleicht der Raum gerade *definierbar* als Zusammenfassung derjenigen Parameter, von denen die Wechselwirkung aller Objekte abhängt? Das scheint plausibel: *Ich hier* fühle unmittelbar das, was auch hier ist und deshalb mit mir „wechselwirkt“; ich kann *hier* schreiben, einen Knopf drücken, einen Stein werfen, rufen; „*dort*“ kann ich hingehen, ich kann etwas dort sehen, weil (physikalisch gesprochen) das Licht dort gestreut wird und auf meine Netzhaut wirkt – eine hohe Leistung nach langer Evolution. – Wir erfahren wirklich den Raum als dasjenige, von dem die Wechselwirkung abhängt. Sie braucht nicht *nur* vom Raum abzuhängen, sondern sie hängt z. B. auch von den „Ladungen“ ab; aber der Raum faßt diejenigen Parameter zusammen, von denen die Wechselwirkung *aller* Objekte abhängt.

Die *Wechselwirkung* haben wir kennengelernt als eine Stufe im Näherungsprozeß des Objektbegriffs (3.9). Sie setzt die Möglichkeit voraus, Objekte zusammenzusetzen und zu zerlegen. Das geschieht jetzt in ganz abstrakter Form: Ein zusammengesetztes Objekt X&Y sind zwei Objekte, X und Y, die als eines *betrachtet* werden; ob sie in irgendeiner Weise zusammengeklebt oder -gesteckt werden, spielt dabei keine Rolle, sie können auch weit voneinander entfernt sein.

Klassisch ist eine solche Zusammensetzung trivial: Jede Eigenschaft des Objekts X&Y läßt sich ausdrücken als eine Eigenschaft des Objekts X und eine Eigenschaft des Objekts Y. Nicht so in der Quantenmechanik. Zwar gilt auch hier: Die Angabe einer Eigenschaft (eines Zustands) von X und einer Eigenschaft von Y gibt eine Eigenschaft des Objekts X&Y an. Aber das Gesamtobjekt X&Y hat noch viel mehr Eigenschaften<sup>55</sup>. Diese besondere und tiefe

Was ist *Raum*?

Wechselwirkung ist räumlich!

Vom Raum hängt *alle* Wechselwirkung ab

Zusammensetzung von Objekten

quantenmechanisch nichttrivial

<sup>54</sup> Vgl. Drieschner (1987).

<sup>55</sup> Mathematisch ist das der Unterschied zwischen dem *direkten Produkt* und dem *Tensorprodukt* der beiden Zustandsräume. Vgl. Glossar und 3.13d.



Eigenschaft des quantenmechanischen Formalismus ist noch gar nicht in der Fülle ihrer Konsequenzen erkannt. Wir kommen darauf in 3.13d zurück

„Ure“ als absolute Atome

C.F.v.Weizsäcker<sup>56</sup> verbindet beide Überlegungen in seiner *Hypothese der Ur-Objekte*, die lautet: „Alle Objekte sind zusammengesetzt aus einfachsten (Ur-) Objekten, nämlich solchen, die je einen zweidimensionalen Zustandsraum haben“. Dazu ist einige Erklärung notwendig<sup>57</sup>, denn alle Begriffe werden sehr abstrakt gebraucht: „Objekt“ ist gemeint in dem abstrakten Sinn, wie oben (3.10) eingeführt, als Zusammenfassung möglicher Eigenschaften. Die Eigenschaften des „Urs“ bilden einen zweidimensionalen Zustandsraum, d.h. eine Messung kann immer nur *zwei* Möglichkeiten unterscheiden: „Ja/Nein“, „+/-“, oder ähnlich. Ein „kleineres“ Objekt, mit weniger als zwei unterscheidbaren Eigenschaften, ist nicht denkbar. Das Ur kann daher z.B. keinen Ort haben – denn es gibt mehr als zwei Orte. Ein Ur ist also sehr verschieden von einem Teilchen, aber es ist *Atom* im radikalsten Sinne: Teile eines Urs sind nicht einmal denkbar. – Solche Ure werden abstrakt zusammengesetzt zu Objekten, deren Zustandsraum Tensorprodukt von zweidimensionalen Ur-Räumen ist.

Symmetrie der Ure

Die Behauptung der Ur-Hypothese ist, daß sich *jeder* Zustandsraum so zusammensetzen läßt. Das ist zunächst trivial: rein formal geht das immer, aber es besagt nichts. Bedeutung gewinnt die Hypothese erst durch Symmetrie-Überlegungen: Der Ur-Zustandsraum hat nämlich quantenmechanisch eine Symmetriegruppe welche dieselbe Struktur hat wie die Drehgruppe im dreidimensionalen Raum  $[O(3)]$ . Nach der Ur-Hypothese muß diese Gruppe fundamental sein, denn wenn alle Objekte aus Uren zusammengesetzt sind, dann muß eine Transformation aller Ure mit *demselden* Element der Ur-Symmetriegruppe eine Symmetrietransformation des Gesamtobjekts sein.

Aus der Ur-Hypothese folgt die Raumstruktur

Führt man den Raum (nichtrelativistisch) als Parameter der Wechselwirkung ein, wie oben erläutert, dann ergibt sich aus der Ur-Hypothese dieser Raum als dreidimensional und geschlossen (relativistische Überlegungen lassen entsprechend die Konforme Gruppe  $[SO(4,2)]$  als fundamental erscheinen). Das ist aber mathematisch und begrifflich noch im Fluß<sup>58</sup>.

Dieser Blick auf gegenwärtige Überlegungen soll zeigen, wie allgemein und abstrakt mathematisch die Forschung wohl vorgehen muß, wenn sie die Einheit der Physik noch weiter vorantreiben und auch noch die Struktur des Raumes aus den Bedingungen der Möglichkeit von Erfahrung überhaupt verstehen will. –

Struktur der Quantenmechanik

Wenden wir uns jetzt noch einmal der Quantenmechanik zu, die als physikalische Theorie schon „alt“ ist, in deren Verständnis aber die letzten Jahre bedeutende Fortschritte gebracht haben. Anders als bei den zuletzt behandelten Theorien hat sich hier inzwischen eine starke Übereinstimmung herausgebildet.

<sup>56</sup> Weizsäcker (1985).

<sup>57</sup> Die beste Darstellung der Ur-Theorie findet man bei Lyre (1998).

<sup>58</sup> Vgl. Lyre (1998).

### 3.13 Verbandsstruktur der Quantenmechanik

Wir haben am Anfang des Kapitels die Voraussetzungen und Gründe für die Entwicklung der Quantenmechanik geschildert und einiges aus der beginnenden Diskussion über ihre Interpretation. Vor diesem Hintergrund – der den Leser auch in die Lage versetzen sollte, häufig erwähnte Problemkomplexe beim Namen zu kennen – wollen wir die Quantenmechanik jetzt etwas systematischer analysieren. Wir stützen uns dabei auf den modernen Stand der Diskussion und schließen an die Erörterung der letzten Kapitel an.

Dieser und der nächste Abschnitt bedienen sich einer relativ technischen und kurzen Ausdrucksweise. Das scheint mir unvermeidlich, da der hier behandelte Gegenstand für die „Allgemeinbildung“ bisher nicht aufbereitet ist, aber doch so wichtig, daß sich eine Beschäftigung damit lohnt. Die späteren Abschnitte (ab 3.15) sind aber auch ohne Kenntnis der Details aus diesen beiden lesbar.

#### a) Logik

Wir wollen die Quantenmechanik jetzt ganz allgemein als eine Theorie über gesetzmäßige, empirisch prüfbare Voraussagen betrachten. Voraussagen können untereinander zusammenhängen: z.B. so, daß eine Voraussage eine andere impliziert, oder daß eine Voraussage die Negation einer anderen ist, oder daß eine Voraussage einer anderen eine Wahrscheinlichkeit zuschreibt; außerdem können wir gelegentlich eine Voraussage als aus anderen zusammengesetzt betrachten, etwa: „Es wird schneien und frieren“ aus „Es wird schneien“ und „Es wird frieren“.

Relationen zwischen Aussagen, sofern sie nicht Wahrscheinlichkeiten betreffen, behandelt *die formale Aussagenlogik*. Es ist hier nicht der Ort, die Diskussion über die Grundlagen der Logik zu referieren, so interessant sie ist – das würde ein eigenes Buch erfordern. Wir wollen in diesem Abschnitt nur an den bekannten Formalismus der „klassischen“ Aussagenlogik anknüpfen, um die Struktur der Quantenmechanik zu erläutern<sup>59</sup>.

Die Struktur der klassischen Aussagenlogik ist dieselbe wie die der Teilmengen einer Menge, wenn man die Implikation mit der Relation „ $\subseteq$ “ („Teilmenge einer Menge“, „Enthaltensein“) vergleicht, das „und“ mit dem Mengendurchschnitt, und das „oder“ mit der Vereinigungsmenge. Diese Strukturgleichheit lernen schon die Schulkinder in der Grundschule an bunten Plättchen verschiedener Formen kennen: Der *Durchschnitt* der Menge der roten Plättchen und der Menge der runden Plättchen sind die Plättchen, die rot *und* rund sind; die *Vereinigung* der beiden Mengen enthält alle Plättchen, die rot *oder* rund sind (oder beides!); daß die Menge der grünen Plättchen die Menge der grünen dreieckigen Plättchen enthält, ist gleichbedeutend mit: „Wenn ein Plättchen grün und dreieckig ist, dann ist es grün“. – Wie alle Beispiele für Grundgesetze der Logik ist das lächerlich evident.

Im Folgenden einige Details

Beziehung zwischen Voraussagen

Aussagenlogik

Klassische Aussagenlogik: „Mengenlehre“

<sup>59</sup> Vgl. den Mathematisch-Physikalischen Anhang. Für eine ausführliche Erörterung verweise ich auf Drieschner (1979) und dort zitierte Literatur.

*Der Boolesche Verband  
über einer fundamentalen Alternative*

Die Teilmengen einer endlichen Menge sind also, in Beziehung auf die genannten Relationen, sehr einfach strukturiert, und diese einfache Struktur hat auch die klassische Aussagenlogik für eine endliche Alternative<sup>60</sup> möglicher Aussagen. Für unendliche Alternativen gibt es gewisse Komplikationen, die aber für die Fragen, die uns hier interessieren, irrelevant sind. Stellen wir uns also immer eine endliche Anzahl von möglichen Aussagen vor, deren jede ein Objekt vollständig charakterisieren würde: Die Teilmengen dieser Menge von Aussagen stellen dann alle überhaupt möglichen Aussagen über dieses Objekt dar; sie bilden einen *Booleschen Verband*. Für das einfachste Objekt der klassischen Physik, den Massenpunkt<sup>61</sup>, wird eine vollständige Beschreibung durch einen Punkt im Phasenraum dargestellt (davon gibt es allerdings in der klassischen Punktmechanik unendlich viele<sup>62</sup>); *jede* mögliche Aussage über den Massenpunkt ist darstellbar durch einen Teil des Phasenraums. Ähnlich gilt das für alle Objekte der klassischen Physik: Es gibt jeweils *eine* fundamentale Alternative von vollständigen Beschreibungen des Objekts; in jedem Augenblick trifft eine dieser vollständigen Beschreibungen auf dieses Objekt zu – auch wenn man sie vielleicht nicht weiß; jede Eigenschaft des Objekts läßt sich darstellen durch die Menge derjenigen Aussagen aus der fundamentalen Alternative („der vollständigen Beschreibungen“), welche diese Eigenschaften implizieren; alle solche Eigenschaften zusammen bilden einen Booleschen Verband.

*b) Quantenmechanik*

*Mehrere fundamentale Alternativen*

In der Quantenmechanik gilt dies alles entsprechend, nur mit dem Unterschied, daß es *mehr als eine* fundamentale Alternative gibt. Das ist der entscheidende Unterschied zwischen Quantenmechanik und klassischer Physik, und wir wollen deshalb etwas dabei verweilen.<sup>63</sup> Die möglichen vollständigen Beschreibungen eines Objekts („Atome“ in der verbandstheoretischen Terminologie) schließen sich in der klassischen Physik gegenseitig aus, genau eine dieser Beschreibungen trifft jeweils zu. Eine solche Menge von Aussagen ist eine Alternative, genauer: *eine atomare Alternative*<sup>64</sup>.

*Der quantenmechanische Massenpunkt*

In der Quantenmechanik gibt es nun zu jedem Objekt *mehrere* atomare Alternativen. Z.B. der quantenmechanische Massenpunkt hat eine atomare Alternative, den Ort, und eine weitere atomare Alternative, den Impuls (neben unendlich vielen anderen). Die Angabe eines Orts ist eine vollständige Beschreibung des Massenpunktes, die Angabe eines Impulses<sup>65</sup> ist ebenfalls eine vollständige Beschreibung des Massenpunkts; wenn aber eine Ortsangabe

<sup>60</sup> Vgl. Glossar.

<sup>61</sup> Vgl. 3.10.

<sup>62</sup> Vgl. 3.7.

<sup>63</sup> Eine sehr schöne, anschauliche Darstellung der „Quantenlogik“ gibt Hughes (1981).

<sup>64</sup> Vgl. Glossar.

<sup>65</sup> Technische Anmerkung: Von dem Kontinuum-Problem, daß ein Orts- oder Impuls-Eigenzustand nicht im Hilbertraum ist, will ich hier absehen.

zutrifft, dann sind alle Impulswerte gleichwahrscheinlich (der Impuls ist „vollkommen unbestimmt“), und analog umgekehrt: Abstrakter Ausdruck der Komplementarität (3.3). Ort und Impuls zugleich kann der quantenmechanische Massenpunkt nicht haben; Punkte im Phasenraum sind also keine mögliche Beschreibung.

Entsprechendes gilt für andere Objekte in der Quantenmechanik: Jedes hat *mehrere* atomare Alternativen (mathematisch gesehen unendlich viele). Der Zusammenhang zwischen den verschiedenen Alternativen wird hergestellt durch *Wahrscheinlichkeits-Beziehungen*<sup>66</sup>. Zu *jeder* atomaren Alternative gehört ein Boolescher Verband (der Verband aller Teilmengen, wie bei der klassischen Aussagenlogik), und die vielen Booleschen Verbände eines quantenmechanischen Objekts sind miteinander verflochten zu einem Gesamteigenschaftsverband, der nicht „Boolesch“ ist.<sup>67</sup>

Die Tatsache, daß der Eigenschaftsverband der Quantenmechanik kein Boolescher Verband ist, wie in der klassischen Physik, sondern aus Booleschen Verbänden zusammengesetzt zu einer – technisch gesprochen – orthokomplementären komplexen Projektiven Geometrie, diese Tatsache faßt die Besonderheiten der Quantenmechanik zusammen, die zu den vieldiskutierten „Interpretationsfragen“ (3.5) geführt haben. Unmittelbar am Formalismus können wir zwei dieser Besonderheiten ablesen, die praktisch allen Rätseln über die Quantenmechanik zugrunde liegen: den Indeterminismus und die besondere Zusammensetzung von Objekten.

#### c) Indeterminismus

Beim Booleschen Eigenschaftsverband der klassischen Physik konnte man davon ausgehen, daß jede mögliche Eigenschaft eines Objekts entweder wahr oder falsch ist, so daß andere Wahrscheinlichkeiten als 0 oder 1 nur als Ausdruck mangelnden Wissens vorkommen konnten; *an sich* hat im Weltbild der klassischen Physik jedes Objekt zu jeder Zeit bestimmte Eigenschaften, alle anderen hat es nicht. Gibt es nun physikalische Gesetze, welche die Änderung des Zustandes eines Objekts in der Zeit beschreiben, dann kann man daraus, bei genügender Kenntnis aller Umstände, die an sich vorliegenden Eigenschaften des Objekts zu jeder Zeit ausrechnen. Ein übermenschlicher Geist, der den Zustand der Welt zu einer Zeit ganz genau kennt, und der außerdem die Bewegungsgleichungen für die ganze Welt lösen könnte, eine solche „Laplacesche Intelligenz“ wüßte alles, was in der Welt geschieht, in jedem Detail für alle Zeiten, ob vergangen oder künftig<sup>68</sup>. Der Formalismus der klassischen Physik

Ein nicht-*boolescher* Verband

Projektive Geometrie

Der Indeterminismus ist fundamental

<sup>66</sup> Wir haben im obigen Beispiel gesehen: Wenn ein Ort die richtige Beschreibung ist, dann haben alle Impulswerte gleiche Wahrscheinlichkeit; es gibt aber andere Alternativen als den Impuls zum quantenmechanischen Massenpunkt, für die eine Ortsangabe eine andere Wahrscheinlichkeitsverteilung impliziert.

<sup>67</sup> Vgl. den Mathematisch-Physikalischen Anhang.

<sup>68</sup> Vgl. 1.4.

*Eigenschaften an sich: Ein  
Grenzfall von Voraussagen*

legt also eine deterministische Auffassung von der Welt als einer großen Maschine nahe, die „an sich“ abläuft.

In Kenntnis der Quantenmechanik müssen wir die klassische Beschreibung von Eigenschaften „an sich“ als Spezialfall allgemeinerer *Voraussagen* ansehen, die etwa lauten: „Wenn man die Eigenschaft  $A$  nachprüft, wird man sie mit der Wahrscheinlichkeit  $w(A)$  finden“. In dem speziellen Fall, daß alle Wahrscheinlichkeiten (abgesehen von mangelndem Wissen) 0 oder 1 sind, kann man einer solchen Voraussage die Form geben: „Wenn ich  $X$  nachprüfen würde, dann würde ich mit Sicherheit  $X$  finden (bzw. nicht finden).“. Der berühmte irrealer Konditionalsatz („counterfactual“<sup>69</sup>). Dafür kann ich dann auch sagen: „Die Eigenschaft  $X$  liegt *an sich* vor“. – Der allgemeine Fall ist aber gekennzeichnet durch einen fundamentalen *Indeterminismus*, der von einer Eigenschaft auszusagen zwingt: „Manchmal werde ich sie finden, manchmal nicht“, und zwar auch dann, wenn ich alles weiß, was man über das Objekt wissen kann. Dieser Indeterminismus ist *fundamental*, er schließt die Interpretation aus, jede Eigenschaft liege an sich vor oder nicht, auch wenn ich es nicht weiß. Die Quantenmechanik widerspricht dem Bild der klassischen Physik von der Welt als einer Maschine, einer überdimensionalen Uhr oder einer an sich ablaufenden Wirklichkeit.

*Zusammensetzung –  
quantenmechanisch*

*d) Zusammensetzung von Objekten*

Aus der Struktur des quantenmechanischen Aussagenverbandes folgt die besondere Art, wie quantenmechanische Objekte („Systeme“) zusammengesetzt werden, nämlich, technisch gesprochen, als *Tensorprodukt* der Teilräume<sup>70</sup>. Es zeigt sich, daß man die Zustände eines quantenmechanischen Objekts, das aus zwei Teilobjekten zusammengesetzt ist, i.a. nicht als eine Kombination von Zuständen der Teilobjekte betrachten kann. Vielmehr existieren in *fast allen* Zuständen des Objekts die Teilobjekte gar nicht aktuell sondern nur *potentiell* – anders als z. B. bei einem klassischen System von mehreren Massenpunkten, das *immer* „aus diesen Massenpunkten besteht“ in dem Sinn, daß die Eigenschaften des Gesamtobjekts äquivalent sind mit den kombinierten Eigenschaften der Teile. Das quantenmechanische Objekt wird, auch wenn es zunächst aus unabhängigen Teilobjekten besteht, bei einer Wechselwirkung zwischen den Teilen alsbald in einen Zustand übergehen, der nicht mehr durch die Zustände dieser Teilobjekte beschrieben werden kann.

Wichtig wird diese Struktur vor allem bei der Diskussion des Meßprozesses (3.15c) und beim Paradox von Einstein, Podolsky und Rosen (3.15f).

<sup>69</sup> Vgl. z.B. Stegmüller (1969).

<sup>70</sup> Vgl. den Mathematisch-Physikalischen Anhang.

### 3.14 Begründung der Quantenmechanik a priori

Die Grundlagen der Quantenmechanik, wie wir sie im vorigen Abschnitt in der verbandstheoretischen Beschreibung geschildert haben, sind so allgemein, daß wir einen konkreten Versuch einer *transzendentalen* Begründung wagen können. Ich kann in dieser Übersicht allerdings nur die Hauptschritte nennen und muß für die nähere Ausführung auf die Spezialliteratur verweisen<sup>71</sup>.

Wir knüpfen an die Definition von 3.11 an: Physik ist eine Theorie für Gesetze über Voraussagen, und das heißt notwendigerweise, eine Theorie, welche die Voraussagen über Objekte mit *Wahrscheinlichkeiten* belegt. Das Objekt ist selbst definiert durch die Gesamtheit seiner möglichen kontingenten Eigenschaften, und es ist vollständig beschrieben, wenn zu jeder dieser Eigenschaften eine Wahrscheinlichkeit angegeben wird; und zwar eine Wahrscheinlichkeit als Voraussage über das Objekt selbst, nicht als Ausdruck unseres Mangels an Wissen<sup>72</sup>. Eng damit verbunden ist die Struktur der *Negation*: Jede empirische Feststellung von A entscheidet, ob A vorliegt oder ob  $\neg A$  („nicht-A“) vorliegt.  $\neg A$  ist also die ganz bestimmte Negation von A, nämlich das Ergebnis einer Entscheidung von A, bei der A *nicht* herauskommt. – Diese Struktur der Negation ist nicht empirisch gefunden. Es ist kein empirischer Befund denkbar, der sie widerlegen würde, sie gehört vielmehr zu den Vorbedingungen von empirischen Befunden überhaupt, sie ist a priori. Wenn man dann noch generell indeterministische Theorien zuläßt, also solche, bei denen grundlegend „echte“ Wahrscheinlichkeiten (größer als Null und kleiner als Eins) vorkommen, dann ist damit die allgemeine Struktur der Quantenlogik schon im wesentlichen abgeleitet. Dazu kommt noch die zeitliche Veränderung, die notwendigerweise in der Form der *Schrödingergleichung* (einer unitären Darstellung der additiven Gruppe  $t$  der „Zeitpunkte“) erfolgt.<sup>73</sup>

Dieses Ergebnis ist allerdings nur das sehr abstrakte „Gerippe“ der Quantenmechanik, es fehlt noch viel zu einer konkreten, anwendbaren Theorie: Nicht einmal Orte kamen bisher vor, geschweige denn bestimmte Hamiltonoperatoren. Was hier transzendental begründet würde, ist auch nur ein kleiner Teil der Physik, allerdings der begrifflich fundamentale und sicher der interessanteste. Man kann wohl nicht erwarten, daß eine transzendente Begründung eines *Teils* der Physik gelingen kann, sondern man wird nur das konsistente *Ganze* als a priori gegeben sehen können – und das Ganze auf einmal zu finden ist vielleicht zu schwer<sup>74</sup>. – Die dargestellte Analyse ermöglicht aber ein besseres Verständnis

transzendente Begründung der Quantenmechanik

Wahrscheinlichkeit, Objekt, Negation, Entwicklung ...

... ergeben die Struktur des Hilbert-Raums

<sup>71</sup> Vgl. wiederum Drieschner (1979) und dort angegebene Quellen, außerdem Weizsäcker (1985), Lyre (1998).

<sup>72</sup> Diese Kurzform der Behauptung gibt zu Mißverständnissen Anlaß, denen ich wenigstens mit Andeutungen in technischem Vokabular entgegentreten möchte: Die Voraussage „über das Objekt selbst“ kann auch als Aussage über Gesamtheiten („Ensembles“) formuliert werden; der hier angesprochene Unterschied ist der zwischen reinen und gemischten Gesamtheiten.

<sup>73</sup> Vgl. dazu den Mathematisch-Physikalischen Anhang.

<sup>74</sup> vgl. Weizsäcker (1985, 1992), Castell et al. (1975-1986).

gerade diejenigen Teile der Quantenmechanik, die seit ihrer Entdeckung als besonders rätselhaft gelten.

### 3.15 Interpretation der Quantenmechanik

Betrachten wir nun, vor dem Hintergrund der allgemeineren Erörterungen, die viel diskutierten „Interpretationsprobleme der Quantenmechanik“ einzeln und im Detail.

#### a) Welle – Teilchen

*Die Welle gibt die Wahrscheinlichkeit, ein Teilchen zu finden*

Zunächst läßt sich der rätselhafte „Dualismus zwischen Welle und Teilchen“ durch eine genauere Formulierung klären: Ein Elektron, Photon, Kern etc. kann nur an einem Ort, also als Teilchen nachgewiesen werden. Die *Wahrscheinlichkeit*, daß das Teilchen an einem Ort nachgewiesen wird, breitet sich nach Art einer Welle aus. Und zwar ist die Wahrscheinlichkeit die Intensität  $|\psi|^2$  eines komplexen Feldes  $\psi(x)$ , das sich nach der Schrödingergleichung verändert – wie oben abstrakt angegeben. Da das Feld  $\psi(x)$  auch negative Werte annehmen kann, im Gegensatz zur Wahrscheinlichkeit, können verschiedene Wellen dieses Feldes *interferieren*, sich also z.B. an einem Ort gegenseitig auslöschen. Wir wollen diese Verhältnisse, und zugleich die Behauptung, daß gemäß der Quantenmechanik den Objekten keine Eigenschaften an sich zukommen, an dem bekannten Doppelspalt-Experiment illustrieren:

*Beugung am Doppelspalt*

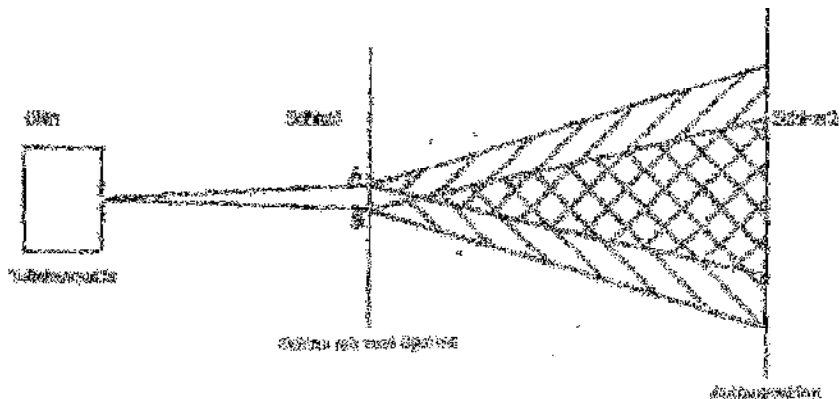
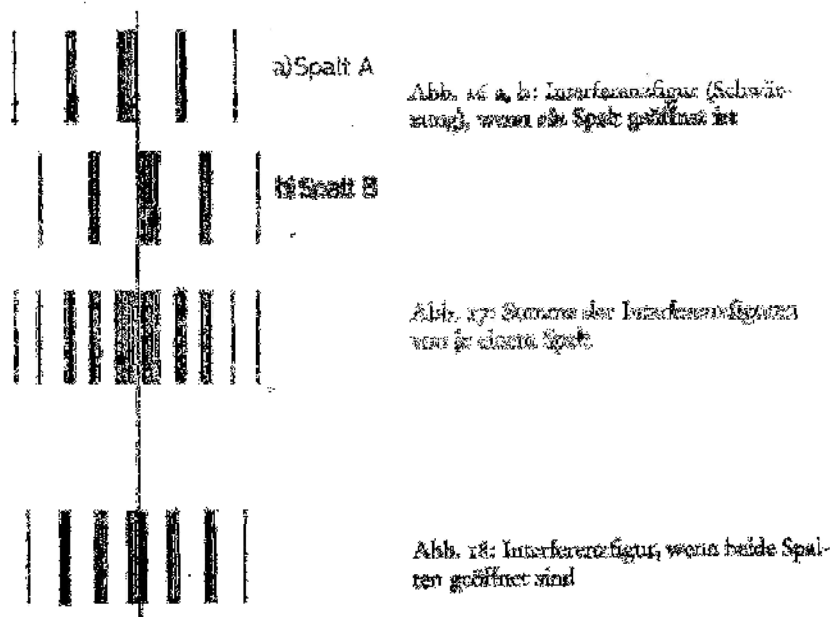


Abb. 3.4: Anordnung zum Doppelspalt-Experiment

Stellen Sie sich einen Schirm vor mit zwei schmalen Spalten dicht nebeneinander. Auf der einen Seite des Schirms ist eine „Quelle“, von der aus Elektronen, Photonen oder dergleichen Teilchen gegen die Spalte fliegen, auf der anderen Seite ein Auffangschirm, z.B. eine fotografische Platte. (Abb. 3.4).



Die Teilchen treffen auf den Auffangschirm und bilden dort eine *Interferenzfigur* (ein „Beugungsbild“), die von der Anordnung der Spalte abhängt. Betrachten wir zunächst den Fall, daß nur ein Spalt geöffnet ist; dann wird sich bei geöffnetem Spalt A etwa das Interferenzbild von Abb.16a ergeben, bei geöffnetem Spalt B das Interferenzbild von Abb. 16b<sup>75</sup>. Beide Spalte seien von derselben Art, es ergeben sich also gleiche Bilder, um den Spaltenabstand gegeneinander verschoben (der Linienabstand in einem Bild hängt von der *Spaltbreite* ab). Wir könnten nun folgendermaßen argumentieren: „Jedes Teilchen geht entweder durch Spalt A oder durch Spalt B“ – tatsächlich können wir das zeigen, indem wir den Auffangschirm direkt hinter die Spalte stellen –, „also trägt es entweder zur Figur a) oder zur Figur b) von Abb. 3.5 bei; insgesamt müßten sich also, wenn beide Spalten geöffnet sind, beide Interferenzfiguren überlagert ergeben“ (Abb. 3.6).

In Wirklichkeit ergibt sich aber eine ganz andere Figur, nämlich das aus der Optik bekannte Youngsche Interferenzbild am Doppelspalt (Abb. 3.6).

Der Linienabstand hängt bei diesem Bild nicht von der *Breite* eines Spalts, sondern vom *Abstand* der beiden Spalte ab. Das Argument oben war also falsch. Woran liegt das? Man kann zeigen,

Der selbstverständlich erscheinende Schluß ...

... erweist sich als falsch

An der Wechselwirkung unter den Teilchen liegt es nicht!

<sup>75</sup> In Wirklichkeit ist der Übergang zwischen schwarz und weiß sehr allmählich, aus drucktechnischen Gründen unterstellen wir hier eine extrem „harte“ Schicht – für das Argument ist das gleichgültig.



daß es jedenfalls nicht daran liegt, daß verschiedene Teilchen, die zugleich durch die Spalte fliegen, *miteinander* wechselwirken; denn der Effekt bleibt unverändert, wenn die Intensität aus der Quelle so gering wird, daß praktisch immer nur ein einziges Teilchen unterwegs ist: Sind die Spalte abwechselnd geöffnet, ergibt sich die Figur von Abb. 17; sind sie zugleich geöffnet, ergibt sich die ganz andere Figur von Abb. 18. Wir müssen also sagen, daß die  $\psi$ -Funktion *eines* Teilchens mit sich selbst interferiert.

*Die  $\psi$ -Funktion ist Zusammenfassung von Voraussagen*

Offenbar war der Ausgangspunkt unseres Arguments falsch, daß jedes Teilchen entweder durch Spalt A oder durch Spalt B fliegt. Zwar können wir, wenn wir die Teilchen direkt am Spalt nachweisen, jedes entweder bei Spalt A oder bei Spalt B nachweisen; aber der Schluß, daß jedes *an sich* durch einen der beiden Spalte fliegt, ist falsch. Die Beschreibungen der beiden einander ausschließenden Meßanordnungen sind im Sinne Bohrs komplementär. Das ist nichts Mystisches; wir drücken es in der bisher gebrauchten Sprache so aus: Die „Welle“ ist das Wahrscheinlichkeitsfeld, also die Voraussage der relativen Häufigkeit bei einem Experiment, ein Teilchen an einem Ort zu finden. Dieses Feld ergibt eine räumlich streifenartig verteilte Wahrscheinlichkeit. Viele Experimente, alle auf einer Fotoplatte vereinigt, ergeben eine Figur, bei der die Schwärzung der Wahrscheinlichkeit proportional ist.<sup>76</sup>

*Voraussage klassischer Meßergebnisse*

Erinnern wir uns hier an „Schrödingers Katze“ (vgl. 1.8)! Nach dem bisher Gesagten kann man die Auflösung des „Paradoxons“ jetzt so ausdrücken: Die  $\psi$ -Funktion ist nicht eine Eigenschaft des Objekts (hier der Katze), sondern Voraussage des Ergebnisses möglicher Messungen. Bei der Katze wird vorausgesagt, daß man sie bei vielen derartigen Versuchen in der Hälfte der Fälle tot, in der anderen Hälfte der Fälle lebendig finden wird – aber in jedem der Fälle natürlich eins von beiden.

#### *b) Klassische Begriffe*

*Die „wunderbare Einheit der klassischen Physik“*

Nehmen wir noch einmal die Anekdote von Niels Bohrs Institutsee auf (vgl. 1.8): Bohr wurde nicht müde, zu betonen, daß wir gezwungen sind, auch für die Quantenmechanik an eine eindeutige Beschreibung unserer unmittelbaren Erfahrung anzuknüpfen, an die „wunderbare Einheit der klassischen Physik“. Die Quantenmechanik gibt Wahrscheinlichkeiten für *mögliche* Meßergebnisse; für die eindeutige Beschreibung der Messung und eines „vorliegenden“ Meßergebnisses brauchen wir aber die Begrifflichkeit der klassischen Physik. Die Quantenmechanik beschreibt Möglichkeiten, Voraussagen; die klassische Physik Fakten, objektiv Vorliegendes.

*Die paradoxe Semantik der Quantenmechanik*

Damit kommen wir aber in eine paradoxe Situation: Einerseits wurde die Quantenmechanik eingeführt, weil die klassische Physik bestimmte Phänomene nicht erklären konnte; nach der Quantenmechanik ist die klassische Physik falsch. Andererseits setzt offenbar die Quantenmechanik die klassische Physik voraus, denn sie bezieht sich auf Messungen, und Messungen werden innerhalb der

<sup>76</sup> Eine modernere Version des Doppelspaltexperiments gibt Shimony (1988), Bild 6. Vgl. auch Englert (1995), Horgan (1992).

Quantenmechanik nicht beschrieben. Das ist nur vereinbar, wenn die beiden Theorien *näherungsweise* übereinstimmen, und das tun sie für die Beschreibung von Messungen. Daß sie es nicht in Strenge tun, kann man deswegen akzeptieren, weil insgesamt die Physik auf einer Näherung beruht (3.9). – Für Logiker ist das allerdings eine Herausforderung: Zwei Ergebnisse, die nur sehr wenig voneinander abweichen, können für den Physiker durchaus „gleich“ sein; für den Logiker ist entscheidend, daß sie ungleich sind. – Daran ist richtig, daß natürlich der mathematische Formalismus in sich konsistent sein muß. Wie damit die notwendige Näherung in der Physik genau zusammenhängt, ist bisher nicht geklärt. Zunächst einmal ist aber die Erkenntnis entscheidend, daß an dieser Stelle, bei der Frage der Näherung, der Ursprung der Probleme liegt.

### c) Meßprozeß

Im technischen Detail wird das Problem der klassischen Begriffe als der „quantenmechanische Meßprozeß“ abgehandelt. Praktisch alle begrifflichen Probleme der Quantenmechanik tauchen in diesem Zusammenhang auf, und es gibt zum Meßprozeß eine unerschöpfliche Literatur; wir müssen uns in dieser Einführung auf Andeutungen beschränken.<sup>77</sup>

Der Zustand eines quantenmechanischen Objekts, an dem nichts gemessen wird, ändert sich kontinuierlich gemäß der Schrödinger-Gleichung (vgl. 3.14). Bei einer Messung ändert sich der Zustand dagegen plötzlich und in ganz anderer Weise: Der Zustand vor der Messung gibt die Wahrscheinlichkeiten (die im allgemeinen kleiner als 1 sind) für die verschiedenen Meßergebnisse an. Nach der Messung ist dann *ein* Ergebnis eingetreten, alle anderen sind nicht eingetreten. Es liegt dann derjenige Zustand vor, der bei Nachprüfung mit Wahrscheinlichkeit=1 dasselbe Ergebnis zeitigen wird: Das ist die sogenannte „Reduktion des Wellenpakets“.

Diese Reduktion ist allerdings nichts speziell Quantenmechanisches, sie tritt bei jeder Beschreibung mit Wahrscheinlichkeiten auf. Es sei z.B. ein Würfel geworfen, aber der Würfelbecher liege noch darüber. Die Wahrscheinlichkeit, beim Aufheben des Würfelbechers eine Fünf vorzufinden, ist dann im allgemeinen 1/6. Wenn ich aber einmal hingeschaut habe, dann ist für weiteres Hinschauen die Wahrscheinlichkeit der Fünf 1 oder 0 – je nachdem ob ich sie vorgefunden habe oder nicht –, die Wahrscheinlichkeitsfunktion ist durch das Hinschauen „reduziert“ worden. Diese plötzliche Änderung liegt im Wahrscheinlichkeitscharakter der Quantenmechanik und ist unvermeidlich. Das gelegentlich formulierte Staunen darüber stammt aus der Auffassung, der Zustand eines Objekts komme diesem als Eigenschaft an sich zu und sollte sich deshalb nicht sprunghaft, nur durch Anschauen ändern.

Es gibt aber eine weitere Änderung des Zustands im Lauf der Messung, deren Verständnis große Schwierigkeiten bereitet; sie ist

sprunghafte Zustandsänderung durch die Messung

Reduktion des Wellenpakets:  
1. Teil

Reduktion des Wellenpakets:  
2. Teil

<sup>77</sup> Vgl. Süßmann (1958), Mittelstaedt (1963), Busch (1991); eine informationstheoretische Behandlung gibt Lyre (2002).

– verwirrend genug – ebenfalls unter „Reduktion des Wellenpakets“ bekannt, oder unter „Verschwinden der Interferenzterme“.<sup>78</sup>

Es handelt sich dabei tatsächlich um eine Inkonsistenz innerhalb der Postulate der Quantenmechanik selbst, die m. E. unvermeidlich ist. Die Lösung liegt wiederum im prinzipiellen Näherungscharakter der Physik: Eine Theorie empirisch prüfbarer Voraussagen wäre nicht möglich ohne die Trennung der Objekte von ihrer Umwelt. Andererseits vernachlässigt eine solche Trennung immer Verbindungen, die in Wirklichkeit bestehen (3.9); eine solche Theorie ist also niemals in Strenge richtig. Man braucht sich daher nicht zu wundern, wenn bei der Theorie des Meßprozesses dasselbe Problem innerhalb des Formalismus wieder auftaucht: Da schon in der Grundlage der ganzen Theorie die Näherung getrennter Objekte eingebaut ist, soll man nicht versuchen, hier im Detail genauer zu sein, päpstlicher als der Papst.

### Die Universalität der Quantenmechanik

Das Problem entstand in der Theorie der Messung nur durch die Forderung, daß auch das Meßgerät sich *quantenmechanisch* beschreiben lassen muß. Zunächst ist aber nur seine klassische Beschreibung klar: Das Meßgerät muß so beschaffen sein, daß es nach einer Wechselwirkung mit dem gemessenen Objekt den richtigen Meßwert „anzeigt“, d. h. daß es *objektiv* in einem Zustand ist, an dem jedermann den gemessenen Wert ablesen kann. Das kann eine Zeigerstellung sein, eine Kurve oder ausgedruckte Zahlen auf Papier, Silberkörner in einer Fotoemulsion u. ä., jedenfalls eine Eigenschaft, die das Objekt *an sich* hat, die also klassisch beschrieben wird. Wir haben im Mathematisch-Physikalischen Anhang als Beschreibung einer solchen Anzeige einen quantenmechanischen Zustand  $\chi_i$  eingesetzt. Das ist aber eigentlich nicht richtig, und daraus entsteht ein neues Problem: Denn ein quantenmechanischer Zustand ist eine Zusammenfassung von Wahrscheinlichkeiten für Ergebnisse möglicher Messungen – bezieht sich also auf *andere* Meßgeräte, mit denen das zuerst beschriebene gemessen wird. Will man diese letzteren quantenmechanisch beschreiben, muß man auf wieder andere Meßgeräte zurückgreifen, etc.: Man kommt in den unendlichen Regreß, wie schon J. v. Neumann<sup>79</sup> festgestellt hat. Dieser Regreß endet bei einem Menschen, der das Meßergebnis zur Kenntnis nimmt. Dieser Mensch („das Subjekt“) *weiß*, welches Ergebnis eingetreten ist, und damit ist die Kette der quantenmechanischen Beschreibung zu Ende gebracht. Es gibt eine Schule der Interpretation der Quantenmechanik, die von diesem subjektiven Wissen als irreduziblem Fundament ausgeht und die gesamte Quantenmechanik als Beschreibung der Beziehungen zwischen „Bewußtseinsinhalten“ versteht<sup>80</sup>.

### Wigners Freund

Das Subjekt selbst bzw. der Bewußtseinsinhalt wird damit der quantenmechanischen Beschreibung entzogen. Wigner<sup>81</sup>, der sich ganz im Rahmen dieser Auffassung hält, konstatiert ein Problem, wenn sich Subjekte untereinander verständigen („Wigners Freund“): Frage ich meinen Freund danach, was er beobachtet hat,

<sup>78</sup> Vgl. den Mathematisch-Physikalischen Anhang.

<sup>79</sup> Neumann (1932).

<sup>80</sup> Das Standardwerk dazu ist London / Bauer (1939).

<sup>81</sup> Wigner (1961)

dann dient dieser Freund mir sozusagen als Meßgerät, wie bei Schrödinger die Katze. Wie verhält sich das zu den Bewußtseinsinhalten des Freundes? Wigner kommt zu dem Schluß, daß man das Bewußtsein ganz von der quantenmechanischen Behandlung ausnehmen muß, daß „Objekte mit Bewußtsein“ einer anderen Physik genügen müssen.

Damit wäre aber das Problem des Meßprozesses überhaupt erledigt, denn es war nur aus dem Versuch entstanden, die Quantenmechanik *universell* zu verstehen, als die Theorie, die neben den gerade betrachteten Objekten auch Meßgeräte und das Gehirn zu beschreiben gestattet. Wenn man diesen Anspruch aufgibt, kann man die Grenze, außer zwischen Menschen und allem übrigen, auch zwischen dem Leben und allem übrigen ziehen, in einer Art von modernisiertem Vitalismus, oder zwischen der alltäglichen Makrowelt und der Mikrowelt der Atome und Elementarteilchen.<sup>82</sup> M.E. resigniert man damit vor dem Problem, dessen Lösung mir nicht unmöglich scheint. Das Ziel, das doch in Wirklichkeit alle Physiker anstreben, ist eine *einheitliche* Theorie, die vor allem „semantisch konsistent“<sup>83</sup> sein muß: Sie muß schließlich gestatten, auch die *Messung* ihrer Größen in der Theorie selbst zu beschreiben. – Auf die Frage des Bewußtseins kommen wir im Schlußkapitel zurück.

Eine *quantenmechanische* Beschreibung der Messung erfordert eine Untersuchung des „Grenzübergangs“ von der Quantenmechanik zur klassischen Physik, in der die Messung schließlich beschrieben werden muß. In Analogie zur Speziellen Relativitätstheorie, wo der klassische Grenzfall bei unendlich großer Lichtgeschwindigkeit erreicht würde ( $c \rightarrow \infty$ ), beschreibt man in der Quantenmechanik gelegentlich den Grenzübergang als Verschwinden des Planckschen Wirkungsquantums ( $\hbar \rightarrow 0$ ). Dies Kriterium scheint aber nach unserer Analyse sehr oberflächlich; man müßte vielmehr verstehen, wie aus dem Verband aus vielen Booleschen Verbänden ein einziger Boolescher Verband wird. Jauch (1964) beschreibt den klassischen Charakter des Meßgerätes, indem er sich bei seiner Theorie auf *einen* Satz von miteinander verträglichen Observablen beschränkt, nämlich auf die, welche mit der gemessenen Observablen vertauschbar sind. Andere Observable treten deswegen nicht auf, weil man die Unterschiede, welche die Verträglichkeit oder Nicht-Verträglichkeit zwischen Observablen ausmachen, nicht beachtet: *Alle* Observable werden dann so in Klassen zusammengefaßt, daß die Observablen in einer Klasse *ungefähr* gleich einer der vertauschbaren Observablen sind.

Die Vernachlässigung von Unterschieden, die man im Prinzip auch noch machen könnte, bedeutet die Anwendung von Thermodynamik (vgl. 3.8). Der klassische Grenzfall der Quantenmechanik ist ein thermodynamischer Fall. Das paßt gut zu der Beobachtung, daß der Meßprozeß immer den *irreversiblen* Übergang zu einem Gleichgewichtszustand einschließt: Ein Zustand, der einem Objekt „an sich“ zukommt, unabhängig von Beobachtung, muß durch

Semantische Konsistenz

Übergang quantenmechanisch –  
klassisch ...

... durch Thermodynamik

<sup>82</sup> wie G. Ludwig, z. B. (1974).

<sup>83</sup> Weizsäcker (1971, 1985).

die (kleine) Beobachtungs-Wechselwirkung unverändert bleiben; und das kann nur ein Gleichgewichtszustand.

*d) Verborgene Parameter*

*Quantenmechanik als statistische  
Theorie*

Der prinzipielle Indeterminismus der Quantenmechanik scheint zu verhindern, daß man die Wirklichkeit wie eine große Maschine beschreibt, die *an sich* jeweils irgendwelche Eigenschaften hat, auch wenn diese konkret nicht bekannt sind. Wir haben oben (3.3) schon erwähnt, daß viele der großen Physiker, die an der Entdeckung der Quantenmechanik beteiligt waren, diesen Zug der Theorie für unglücklich hielten: Planck, Einstein, Schrödinger, Laue u.a. Es ist häufig versucht worden, den Indeterminismus der Quantenmechanik zu *erklären* aus einer anderen Theorie, in der alle Objekte „an sich“ bestimmte Eigenschaften haben, die nur nicht direkt zugänglich sind – „verborgene Parameter“. Die beobachtbaren Eigenschaften müßten dann als Durchschnittswerte aus den verborgenen eigentlichen Eigenschaften hervorgehen, etwa so, wie in der Thermodynamik Wärme und Druck als Gesamteffekt aus der Bewegung der Moleküle hervorgehen (die man sich als determiniert vorstellte, gemäß der klassischen Mechanik). Die Durchschnittswerte müßten dann innerhalb der Beobachtungsgrenzen dieselben Eigenschaften haben wie die Größen der Quantenmechanik.

*Die Theorie David Bohms –  
empirisch unterbestimmt*

David Bohm<sup>84</sup> hat eine Theorie mit verborgenen Parametern vorgelegt, die ihrer Struktur nach empirisch unwiderlegbar ist, da sie *genau* die Resultate der Quantenmechanik reproduziert: Die Besonderheit der Bohmschen Theorie ist, daß sie sich formal gesehen von der Quantenmechanik gar nicht unterscheidet. Bohm formuliert die Quantenmechanik nur so um, daß eine Sprechweise naheliegt, in der doch wieder Bahnen von Teilchen vorkommen. Diese Bahnen sind aber prinzipiell unbeobachtbar und haben sehr merkwürdige Eigenschaften, so daß von daher Zweifel angebracht sind, ob die Bohmsche Theorie eigentlich die begrifflichen Probleme der Quantenmechanik löst. Vor allem ist die Theorie im Sinn der Relativitätstheorie *nicht-lokal* (s. unten), und außerdem ist bisher noch keine überzeugende Formulierung für Systeme aus mehreren Teilchen gelungen. Trotzdem wird Bohms Theorie von ihren Anhängern heute wieder neu in die Diskussion gebracht. Sie bildet ein sehr schönes Beispiel für empirische Unterbestimmtheit: Sie beschreibt die übliche Quantenmechanik nur mit ganz anderen Worten, ist also schon deshalb von ihr *empirisch* nicht unterscheidbar.

*Die Bellschen Ungleichungen*

J. v. Neumann hat schon 1932 „bewiesen“, daß Theorien verborgener Parameter, welche die Ergebnisse der Quantenmechanik reproduzieren, unmöglich sind. Allerdings handelt es sich dabei eher um eine *Darstellung* des Indeterminismus in der Quantenmechanik. – Einen entscheidenden Fortschritt in dieser Richtung hat erst J. S. Bell erzielt: Er konnte 1964 zeigen, daß *jede* Theorie

<sup>84</sup> Zuerst Bohm (1952). Belinfante (1973) gibt eine Übersicht über die Entwicklung solcher Theorien; vgl. auch Albert (1996), über Bohm.

verborgener Parameter, sofern sie nur endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit im Sinne der Relativitätstheorie zuläßt („lokale verborgene Parameter“), eine meßbare Abweichung von der Quantenmechanik ergeben muß (die Bohmsche Theorie ist im Bellschen Sinn nichtlokal). Da sich experimentell erwiesen hat, daß die Voraussagen der Quantenmechanik zutreffen, die der Theorien mit „lokalen“ verborgenen Parametern aber nicht, können also nur Theorien verborgener Parameter mit Fernwirkung noch ernsthaft diskutiert werden. Nach allen Erfolgen der Speziellen Relativitätstheorie glaubt aber eigentlich niemand im Ernst an „handfeste“ Fernwirkungen.<sup>85</sup>

Wir kommen auf Bells Argument bei der „EPR“-Diskussion unten zu sprechen.

#### e) *Viele Welten*

Jorge Luis Borges beschreibt in seiner Novelle »Der Garten der verzweigenden Pfade« eine Welt, in der alle Möglichkeiten wirklich werden; jedesmal, wenn es mehrere sich ausschließende Möglichkeiten gibt, teilt die Welt sich auf in ebenso viele neue Welten, in denen je eine dieser Möglichkeiten verwirklicht ist. Die Zeit ist hier nicht als eine Dimension dargestellt, auf der nacheinander alle Zustände *der Welt* Platz haben (vgl. 2.4), sondern als ein Netz solcher Zeitpfade, immer aufs neue verzweigt, wenn es mehrere Möglichkeiten gibt: Wie ein Garten mit einem Netz von Wegen.

Ein solches Bild der Welt malt die Interpretation der Quantenmechanik von H. Everett<sup>86</sup>. Die „Reduktion des Wellenpaketes“ bedeutet nach Everett nicht, daß nur eine von mehreren Möglichkeiten eingetreten ist. Er interpretiert vielmehr die Quantenmechanik als Beschreibung von an sich ablaufenden Vorgängen: Alle Teile einer  $\psi$ -Funktion sind wirklich. Wenn mir nachträglich nur einer der Zweige als wirklich erscheint, liegt das daran, daß ich, der ich dies jetzt schreibe, in einer bestimmten Welt lebe; in anderen Welten, in denen jeweils ein anderer Zweig wirklich ist, schreibe ich vielleicht etwas anderes, oder ich schreibe gar nicht, oder ich bin schon tot. Everett vermeidet auf diese Weise die Unterscheidung von Möglichkeit und Wirklichkeit, die ihm dunkel erscheint, und die „Reduktion des Wellenpakets“.

Hier haben wir ein weiteres Beispiel empirischer Unterbestimmtheit: Everetts These läßt sich empirisch nicht widerlegen, denn er verwendet die Quantenmechanik nicht anders als üblich. Aber seine Interpretation klingt doch abstrus: Was sollen „andere Welten“ sein, mit denen ich prinzipiell nie Kontakt haben werde, in denen aber trotzdem „ich“ lebe? Wie geht die Verzweigung vor sich, etc.?

Die Everett-Thesen beruhen im wesentlichen auf einem ungewöhnlichen Wortgebrauch. Man kann sie in die gewohnte Sprache übersetzen, wenn man folgendes Lexikon benutzt<sup>87</sup>: Die Welt, in der ich dies schreibe, nenne ich die *wirkliche* Welt; die anderen Welten, die sich in der Vergangenheit abgespalten haben, nenne

»Der Garten der verzweigenden Pfade«

Hugh Everett

Noch einmal  
„empirische Unterbestimmtheit“

Zur Übersetzung  
in Möglichkeiten ...

<sup>85</sup> vgl. auch Selleri (1984).

<sup>86</sup> Everett (1957); vgl. DeWitt (1984).

<sup>87</sup> Vgl. Weizsäcker (1985), 11.3.h.

ich *nicht-verwirklichte Möglichkeiten*; die Verzweigung der verschiedenen Welten nenne ich die *Realisierung einer Möglichkeit*. Übersetzt man die Everett-Sprache mit diesem Lexikon, so gewinnt man einen Text in vertrauter Sprache, umgekehrt kann man jede Beschreibung von Quantenmechanik mit Hilfe dieses Lexikons ins „Everettische“ übersetzen.

... ein praktisches Lexikon

Die Möglichkeit solcher Übersetzung zeigt, daß mit der Everett-Interpretation gar nichts Neues gewonnen ist; die „Reduktion des Wellenpakets“, tritt unter neuem Namen genauso wieder auf. Das braucht einen aber nicht zu stören, denn wenn man eine Theorie für empirisch prüfbare Voraussagen sucht, wird man so etwas wie die Reduktion des Wellenpakets erwarten müssen, das gehört zu jeder Wahrscheinlichkeitsbeschreibung. Und wenn das Verhältnis von Möglichkeit zu Wirklichkeit jemandem auf Everettisch verständlicher ist als in der üblichen Sprache, ist es ja auch recht – nur vielleicht zunächst verwirrend. Zur Klärung ist jedenfalls ein Lexikon, wie es oben erstellt wurde, sehr praktisch.

f) EPR

Die *Vollständigkeit* der Theorie

Einstein gehörte zu denen, die den Indeterminismus der Quantenmechanik unerträglich fanden. In seinen Diskussionen mit Bohr hat er wohl am tiefsten die Konsequenzen dieses Indeterminismus für das von ihm so geliebte Weltbild der klassischen Physik analysiert<sup>88</sup>. Als Zusammenfassung dieser Diskussionen hat er 1935 in einer Arbeit mit Podolsky und Rosen, die unter dem Kürzel „EPR“<sup>89</sup> bekannt geworden ist, die Frage nach der „Vollständigkeit“ der Quantenmechanik verneint.

Fernwirkung durch Messung?

Das Argument ist im einzelnen mathematisch nicht leicht zu verstehen, ich verweise dazu auf den Mathematisch-Physikalischen Anhang.<sup>90</sup> Das entscheidende Argument bezieht sich auf Größen, die an weit entfernten Objekten gemessen werden und untereinander „korreliert“ sind. Bei EPR sind das Ort und Impuls, Bohm benutzt die Korrelation durch die Drehimpulserhaltung für die Spinkomponenten in verschiedenen Richtungen. Die Korrelation bedeutet, daß man aus einer Messung an einem Objekt den Zustand des anderen Objekts mit Sicherheit erschließen kann. Im Beispiel David Bohms läßt sich wegen der Erhaltung des Drehimpulses – da der Gesamtdrehimpuls Null ist – schließen, daß der Drehimpuls des entfernten Objekts dem gemessenen genau entgegengesetzt ist. Die Besonderheit der Quantenmechanik macht dabei aber, daß die Drehimpulskomponente auch davon abhängt, wie die Messung (nach der Willkür des Experimentators) eingerichtet wird. Der Spin-Zustand des fernen Objekts hängt also auch davon ab, was der nahe Experimentator

<sup>88</sup> Vgl. die Schilderung Bohrs in dem Einstein-Band von Schilpp (1949), sowie die Beiträge »Autobiographisches« und »Bemerkungen ...« von A. Einstein in jenem Band; vgl. auch die Einstein-Biographien Hoffmann / Dukas (1978) und Päis (1982).

<sup>89</sup> Einstein (1935) („EPR“).

<sup>90</sup> Vgl. dazu Espagnat (1980).

beschließt, wenn das ferne Objekt evtl. schon sehr weit weg ist. Das sieht dann so aus, als wäre das ferne Objekt noch mit Überlichtgeschwindigkeit beeinflussbar.

Faktisch gibt es aber einen solchen Einfluß nicht. Es zeigt sich nur wieder die Besonderheit der Quantenmechanik, daß die Eigenschaften der Objekte nicht *an sich* vorliegen, sondern daß man sich auf Voraussagen darüber beschränken muß, was eine Messung ergeben wird. Am EPR-Gedankenexperiment wird insbesondere deutlich, daß die Spins der Teilobjekte gar nicht separat existieren bevor nicht wenigstens ein Spin wirklich gemessen wird (s.u.).

John S. Bell hat in einem viel diskutierten Aufsatz<sup>91</sup> gezeigt, daß schon die Annahme, daß ein Teilobjekt vor der Messung *irgendeinen* Spinzustand hat (mit beliebiger Wahrscheinlichkeit) zu Voraussagen führt, die mit der Quantenmechanik nicht vereinbar sind, wenn man nicht Fernwirkungen annehmen will. Sorgfältige Messungen haben gezeigt, daß die Voraussagen der Quantenmechanik auch in diesem Fall richtig sind (wie nicht anders zu erwarten war!), daß also eine „lokale Theorie verborgener Parameter“ nicht möglich ist.<sup>92</sup>

Im Rahmen unserer Analyse des Objektbegriffs interpretiere ich das Paradox so: Ich halte fest, daß zu jeder Zeit jedem Objekt ein Zustand zukommt (also eine notwendige, vollständige Beschreibung). Im Fall von Korrelationen, wie hier bei EPR, existieren aber die korrelierten Einzelobjekte überhaupt nicht *aktuell*, bevor sie nicht durch eine Messung als Teile konstituiert werden. Vor der Messung besteht nur der Gesamtspin Null; die Teilobjekte mit Spin  $\frac{1}{2}$  gibt es nur *potentiell*. – Auf diese Besonderheit der Quantenmechanik haben wir oben schon hingewiesen (3.13d).

#### g) *Ontologie*

Wir haben in diesem Abschnitt die Früchte einsammeln können, deren Reifung wir in den vorangehenden verfolgt haben: Die Quantenmechanik wirkt nur so rätselhaft im Weltbild der klassischen Physik; sie fügt sich ganz überzeugend ein, wenn wir den Charakter von Naturwissenschaft analysieren ohne die ontologischen Vorurteile der klassischen Physik anzunehmen.

Zwei Prinzipien waren dafür maßgebend:

1. Der systematische Anfang beim zeitlichen Charakter der Physik, d. h. vor allem bei Voraussagen.
2. Die Frage nach Physik a priori – wenn auch dieser zweite Teil noch sehr viel weniger klar ist als der erste.

Beide Prinzipien führen uns weg von der klassischen Ontologie, indem sie nicht nach einer vermuteten „Wirklichkeit an sich“, fragen, sondern unabhängig davon nach Gesetzen für empirisch prüfbare Prognosen. Die Naturwissenschaft erscheint dabei nicht als die Lehre von der eigentlich zugrundeliegenden Wirklichkeit, sondern als eine von vielen möglichen menschlichen Beschäftigungen.

Der Gesamtspin  
ist räumlich verteilt

Unmöglichkeit einer lokalen  
Theorie verborgener Parameter

quantenmechanische Teilobjekte  
existieren nur *potentiell*

Die ontologischen Vorurteile  
der klassischen Physik

Die Frage nach der „Wirklichkeit  
an sich“ führt in die Irre

<sup>91</sup> Bell (1964)

<sup>92</sup> Vgl. 6.1 „Realismus“.